

# ПРОГРАММА РАЗРАБОТЧИКОВ ЕГЭ

ПОСОБИЕ ПРОШЛО  
НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКУЮ  
ОЦЕНКУ ФГБНУ

«ФИПИ»

**36**  
ВАРИАНТОВ

Под редакцией И. В. Ященко

## МАТЕМАТИКА

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

**ЕГЭ**

## ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

- ПОДРОБНЫЙ РАЗБОР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ ОДНОГО ВАРИАНТА
- Инструкция по выполнению экзаменационной работы
- Бланки ответов
- Критерии оценивания
- Ответы и решения



Издательство  
**ЭКЗАМЕН®**

Под редакцией И. В. Ященко

# МАТЕМАТИКА

**ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ**

**ЕДИНЫЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН**

**ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ  
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ**

**ПОСОБИЕ ПРОШЛО  
НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКУЮ ОЦЕНКУ  
ФГБНУ «ФИПИ»**

**36 вариантов заданий  
Подробный разбор выполнения  
заданий одного варианта  
Инструкция по выполнению  
экзаменационной работы  
Бланки ответов  
Критерии оценивания  
Ответы и решения**

100% alnik.com

**Ященко И. В.**

ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 36 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий / И. В. Ященко, М. А. Волчкевич, И. Р. Высоцкий, Р. К. Гордин, П. В. Семёнов, О. Н. Косухин, Д. А. Фёдоровых, А. И. Суздальцев, А. Р. Рязановский, В. А. Смирнов, А. С. Трепалин, А. В. Хачатурян, С. А. Шестаков, Д. Э. Шноль; под ред. И. В. Ященко. — М. : Издательство «Экзамен», 2020. — 167, [1] с.

Пособие содержит 36 типовых вариантов экзаменационных заданий Единого государственного экзамена по математике.

Назначение пособия — предоставить возможность обучающимся отработать навыки выполнения заданий, аналогичных заданиям, предоставленным в демонстрационной версии ЕГЭ по математике.

Пособие адресовано учителям для подготовки учащихся к Единому государственному экзамену, а учащимся-старшеклассникам — для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

# СОДЕРЖАНИЕ

Типовые бланки ответов ЕГЭ .....	7
Инструкция по выполнению работы .....	9
<b>Вариант 1</b> .....	10
Часть 1 .....	10
Часть 2 .....	12
<b>Вариант 2</b> .....	14
Часть 1 .....	14
Часть 2 .....	16
<b>Вариант 3</b> .....	18
Часть 1 .....	18
Часть 2 .....	20
<b>Вариант 4</b> .....	22
Часть 1 .....	22
Часть 2 .....	23
<b>Вариант 5</b> .....	25
Часть 1 .....	25
Часть 2 .....	26
<b>Вариант 6</b> .....	28
Часть 1 .....	28
Часть 2 .....	29
<b>Вариант 7</b> .....	31
Часть 1 .....	31
Часть 2 .....	33
<b>Вариант 8</b> .....	35
Часть 1 .....	35
Часть 2 .....	36
<b>Вариант 9</b> .....	38
Часть 1 .....	38
Часть 2 .....	39
<b>Вариант 10</b> .....	41
Часть 1 .....	41
Часть 2 .....	43
<b>Вариант 11</b> .....	45
Часть 1 .....	45
Часть 2 .....	46
<b>Вариант 12</b> .....	48
Часть 1 .....	48
Часть 2 .....	49

<b>Вариант 13</b>	51
Часть 1	51
Часть 2	52
<b>Вариант 14</b>	54
Часть 1	54
Часть 2	55
<b>Вариант 15</b>	57
Часть 1	57
Часть 2	59
<b>Вариант 16</b>	61
Часть 1	61
Часть 2	63
<b>Вариант 17</b>	65
Часть 1	65
Часть 2	67
<b>Вариант 18</b>	69
Часть 1	69
Часть 2	71
<b>Вариант 19</b>	73
Часть 1	73
Часть 2	75
<b>Вариант 20</b>	77
Часть 1	77
Часть 2	79
<b>Вариант 21</b>	81
Часть 1	81
Часть 2	83
<b>Вариант 22</b>	85
Часть 1	85
Часть 2	87
<b>Вариант 23</b>	89
Часть 1	89
Часть 2	90
<b>Вариант 24</b>	92
Часть 1	92
Часть 2	93
<b>Вариант 25</b>	95
Часть 1	95
Часть 2	97
<b>Вариант 26</b>	99
Часть 1	99
Часть 2	101
<b>Вариант 27</b>	103
Часть 1	103
Часть 2	105

<b>Вариант 28</b> .....	107
Часть 1 .....	107
Часть 2 .....	109
<b>Вариант 29</b> .....	111
Часть 1 .....	111
Часть 2 .....	113
<b>Вариант 30</b> .....	115
Часть 1 .....	115
Часть 2 .....	117
<b>Вариант 31</b> .....	119
Часть 1 .....	119
Часть 2 .....	121
<b>Вариант 32</b> .....	123
Часть 1 .....	123
Часть 2 .....	125
<b>Вариант 33</b> .....	127
Часть 1 .....	127
Часть 2 .....	128
<b>Вариант 34</b> .....	130
Часть 1 .....	130
Часть 2 .....	132
<b>Вариант 35</b> .....	134
Часть 1 .....	134
Часть 2 .....	136
<b>Вариант 36</b> .....	138
Часть 1 .....	138
Часть 2 .....	140
<b>Система оценивания экзаменационной работы по математике</b> <b>(профильный уровень)</b> .....	142
<b>Решение заданий</b> .....	143
Вариант 4. Часть 2.....	143
Вариант 21. Часть 2 .....	150
<b>Ответы</b> .....	156
Вариант 1 .....	156
Вариант 2 .....	156
Вариант 3 .....	156
Вариант 4 .....	157
Вариант 5 .....	157
Вариант 6 .....	157
Вариант 7 .....	158
Вариант 8 .....	158
Вариант 9 .....	158
Вариант 10.....	159
Вариант 11.....	159
Вариант 12.....	159

Вариант 13.....	160
Вариант 14.....	160
Вариант 15.....	160
Вариант 16.....	161
Вариант 17.....	161
Вариант 18.....	161
Вариант 19.....	162
Вариант 20.....	162
Вариант 21.....	162
Вариант 22.....	163
Вариант 23.....	163
Вариант 24.....	163
Вариант 25.....	164
Вариант 26.....	164
Вариант 27.....	164
Вариант 28.....	165
Вариант 29.....	165
Вариант 30.....	165
Вариант 31.....	166
Вариант 32.....	166
Вариант 33.....	166
Вариант 34.....	167
Вариант 35.....	167
Вариант 36.....	167





Единый государственный экзамен - 2020

**Бланк ответов № 1**

Код региона Код предмета Название предмета

С порядком проведения  
единого государственного экзамена ознакомлен(а)  
Подпись участника ЕГЭ строго внутри окошка

Резерв - 4

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ  
ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ и ЦИФРАМИ по следующим образцам:А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я  
А В С D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z , -  
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 А А А О О Е Е Е Е Е І І Ц Ц Ц Ц**ВНИМАНИЕ! Все бланки и контрольные измерительные материалы рассматриваются в комплекте****Результаты выполнения заданий с КРАТКИМ ОТВЕТОМ**

1	<input type="text"/>	21	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	22	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	23	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	24	<input type="text"/>
5	<input type="text"/>	25	<input type="text"/>
6	<input type="text"/>	26	<input type="text"/>
7	<input type="text"/>	27	<input type="text"/>
8	<input type="text"/>	28	<input type="text"/>
9	<input type="text"/>	29	<input type="text"/>
10	<input type="text"/>	30	<input type="text"/>
11	<input type="text"/>	31	<input type="text"/>
12	<input type="text"/>	32	<input type="text"/>
13	<input type="text"/>	33	<input type="text"/>
14	<input type="text"/>	34	<input type="text"/>
15	<input type="text"/>	35	<input type="text"/>
16	<input type="text"/>	36	<input type="text"/>
17	<input type="text"/>	37	<input type="text"/>
18	<input type="text"/>	38	<input type="text"/>
19	<input type="text"/>	39	<input type="text"/>
20	<input type="text"/>	40	<input type="text"/>

**Замена ошибочных ответов на задания с КРАТКИМ ОТВЕТОМ**

<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>

**Заполняется ответственным организатором в аудитории:**Количество заполненных полей  
«Замена ошибочных ответов»

Подпись ответственного организатора строго внутри окошка





Единый государственный экзамен - 2020

# Бланк ответов № 2 лист 1

Код региона

Код предмета

Название предмета

Резерв - 5

Бланк ответов № 2  
(лист 2)

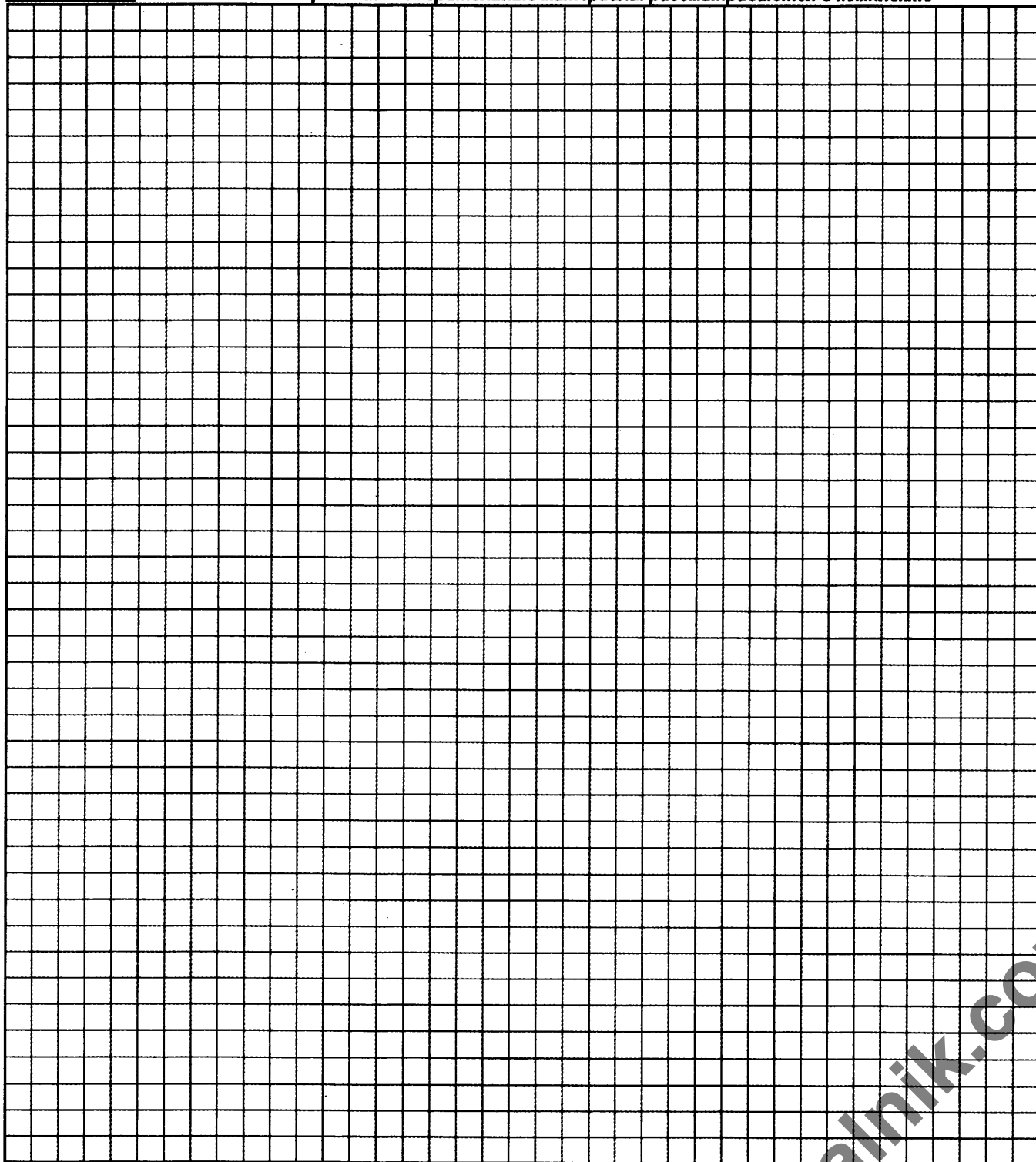
Лист



Перепишите значения полей "Код региона", "Код предмета", "Название предмета" из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.  
Отвечая на задания с РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.  
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, 31.  
Условия задания переписывать не нужно.



**ВНИМАНИЕ!** Все бланки и контрольные измерительные материалы рассматриваются в комплекте



Оборотная сторона бланка НЕ ЗАПОЛНЯЕТСЯ. Используйте бланк ответов № 2 (лист 2).

100balnik.com

# Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

100balnik.com

## ВАРИАНТ 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 В университетскую библиотеку привезли новые учебники для двух курсов, по 110 штук для каждого курса. В книжном шкафу 6 полок, на каждой полке помещается 25 учебников. Какое наименьшее количество шкафов потребуется, чтобы в них разместить все новые учебники?

Ответ: \_\_\_\_\_.

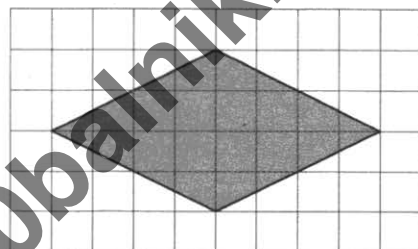
- 2 На рисунке жирными точками показан курс евро, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 28 февраля 2019 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена евро в рублях. Для наглядности жирные точки соединены линиями.



Определите по рисунку разность между наибольшим и наименьшим курсом евро за этот период. Ответ дайте в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

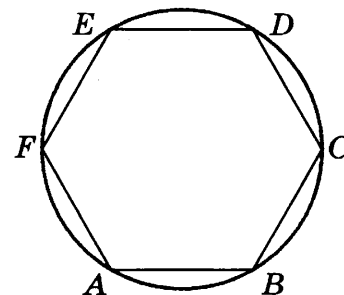
- 4 Клиент получает в банке кредитную карту. Четыре последние цифры номера карты случайные. Какова вероятность того, что эти последние четыре цифры идут подряд в порядке возрастания, например 0123 или 4567?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Решите уравнение  $\frac{x-7}{7x+9} = \frac{x-7}{x-3}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

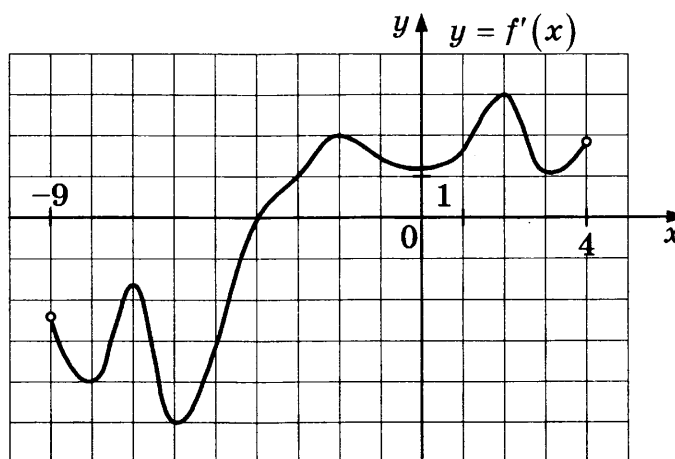
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Периметр правильного шестиугольника равен 150. Найдите диаметр описанной около него окружности.



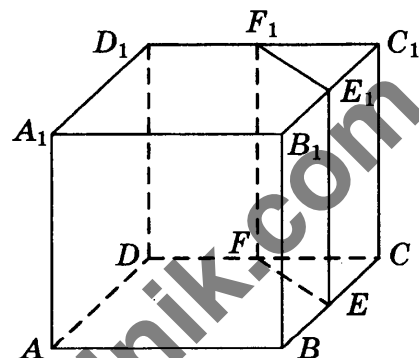
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 4)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащую отрезку  $[-5; 3]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 19. Найдите объём куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9** Найдите значение выражения  $4p(x-4) - p(4x)$ , если  $p(x) = 2x + 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Скорость движения автомобиля  $v$  (км/ч) и угловая скорость вращения вала двигателя  $\omega_{\text{двиг.}}$  (об/мин) связаны соотношением

$$v = \frac{0,0006 \cdot \pi d \omega_{\text{двиг.}}}{kb},$$

где  $d$  — диаметр колеса (см),  $k$  — передаточное число дифференциала автомобиля, а  $b$  — передаточное число коробки передач при выбранной передаче. В таблице указаны передаточные числа для автомобиля «Лада-Калина».

	Коробка передач						Дифференциал
	1-я пер.	2-я пер.	3-я пер.	4-я пер.	5-я пер.	Задняя	
Передаточное число	3,636	1,950	1,357	0,941	0,784	3,500	3,706

У автомобиля «Лада-Калина» диаметр колеса равен 58 см. Водитель двигается на 2-й передаче с постоянной скоростью. Прибор (тахометр) показывает, что число оборотов двигателя равно 3000 об/мин. Считайте, что  $\pi = 3,14$ . Найдите скорость автомобиля в км/ч. Результат округлите до целого значения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 594 литра она заполняет на 5 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 648 литров?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение  $y = 2x - 2\sin x + 7$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение  $(4\sin^2 x - 3)\sqrt{x^2 - 36\pi^2} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[15; 20]$ .

- 14 В основании прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Точка  $M$  — середина ребра  $B_1C_1$ , точка  $N$  лежит на ребре  $AC$ , причём  $AN : NC = 15 : 1$ . Катет  $AC$  в четыре раза больше бокового ребра  $AA_1$  призмы.
- а) Докажите, что прямая  $MN$  перпендикулярна прямой  $CA_1$ .
- б) Найдите угол между прямой  $MN$  и плоскостью основания  $A_1B_1C_1$ , если  $\cos \angle CBA = \frac{1}{\sqrt{5}}$ .

15 Решите неравенство  $2x \geq \log_5 (29 \cdot 10^{x-1} - 4^x)$ .

- 16 Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Биссектриса внутреннего угла при вершине  $B$  пересекает биссектрису внешнего угла при вершине  $C$  в точке  $M$ , а биссектриса внутреннего угла при вершине  $C$  пересекает биссектрису внешнего угла при вершине  $B$  в точке  $N$ .
- а) Докажите, что  $\angle CNM = \angle MBC$ .
- б) Найдите  $CN$ , если  $AB = AC = 15$ ,  $BC = 18$ .

- 17 Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 10 млн руб.

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^4 + 4x^3 + 4ax - 16x - 16 + 8a - a^2 = 0$$

имеет не менее трёх корней.

- 19 Пираты нашли сундук с сокровищами, в котором было 60 монет достоинством 1 дукат и 60 монет достоинством 5 дукатов.
- а) Получится ли поделить все деньги поровну между 18 пиратами (каждому должно достаться целое число монет, сдачи и размена ни у кого из пиратов нет)?
- б) Получится ли поделить все деньги поровну между 40 пиратами (каждому должно достаться целое число монет, сдачи и размена ни у кого из пиратов нет)?
- в) При каком наибольшем количестве пиратов капитану всегда удастся поделить монеты между ними, каким бы способом ему ни захотелось это сделать (возможно, кому-то из пиратов будет полагаться 0 монет)?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

## ВАРИАНТ 2

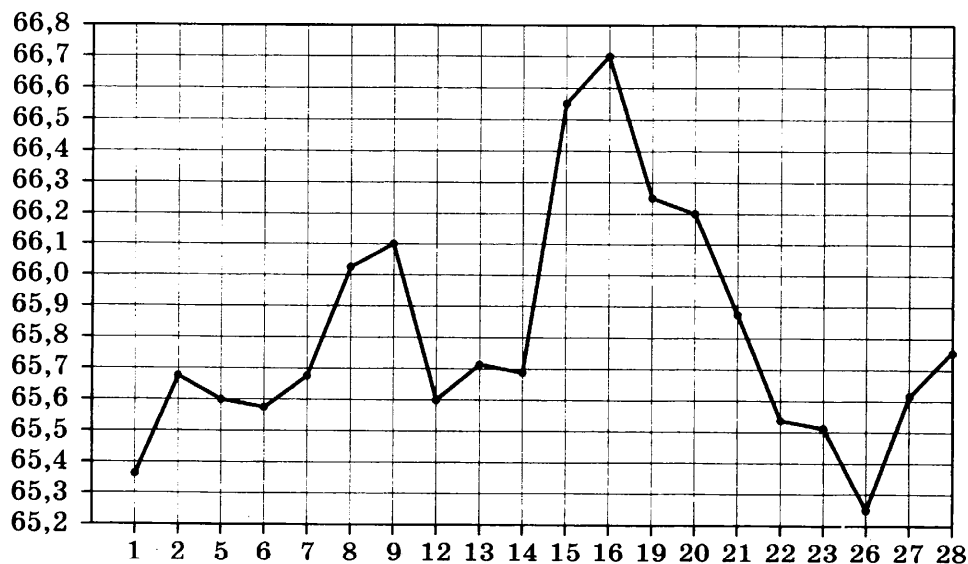
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 В университетскую библиотеку привезли новые учебники для трёх курсов, по 130 штук для каждого курса. В книжном шкафу 5 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Какое наименьшее количество шкафов потребуется, чтобы в них разместить все новые учебники?

Ответ: \_\_\_\_\_.

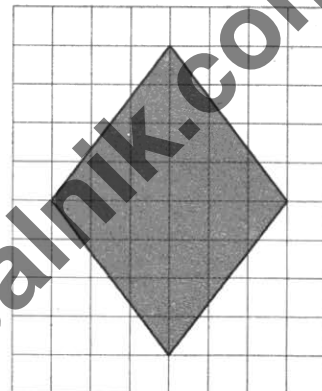
- 2 На рисунке жирными точками показан курс доллара США, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 28 февраля 2019 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки соединены линиями.



Определите по рисунку наибольший курс доллара в период с 1 по 14 февраля. Ответ дайте в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.



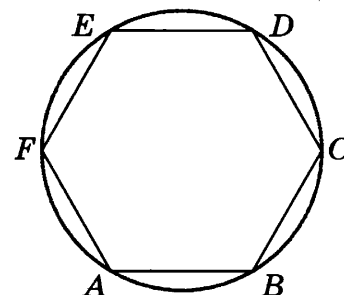
- 4 Клиент получает в банке кредитную карту. Четыре последние цифры номера карты случайные. Какова вероятность того, что эти последние четыре цифры состоят из двух повторяющихся групп по 2 различные цифры, например 0404 или 5252?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Решите уравнение  $\frac{x+4}{5x+9} = \frac{x+4}{4x-5}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

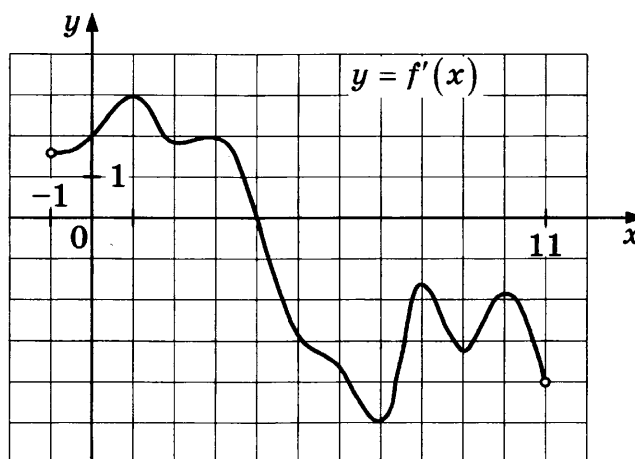
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Периметр правильного шестиугольника равен 222. Найдите диаметр описанной около него окружности.



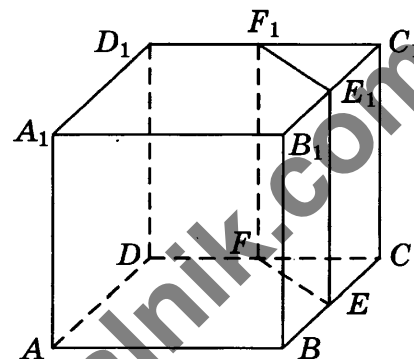
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-1; 11)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащую отрезку  $[2; 8]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 33. Найдите объём куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9** Найдите значение выражения  $2(p(6x) - 6p(x+5))$ , если  $p(x) = x + 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Скорость движения автомобиля  $v$  (км/ч) и угловая скорость вращения вала двигателя  $\omega_{\text{двиг.}}$  (об/мин) связаны соотношением

$$v = \frac{0,0006 \cdot \pi d \omega_{\text{двиг.}}}{kb},$$

где  $d$  — диаметр колеса (см),  $k$  — передаточное число дифференциала автомобиля, а  $b$  — передаточное число коробки передач при выбранной передаче. В таблице указаны передаточные числа для автомобиля «Лада-Калина».

	Коробка передач						Дифференциал
	1-я пер.	2-я пер.	3-я пер.	4-я пер.	5-я пер.	Задняя	
Передаточное число	3,636	1,950	1,357	0,941	0,784	3,500	3,706

У автомобиля «Лада-Калина» диаметр колеса равен 44 см. Водитель двигается на 3-й передаче с постоянной скоростью. Прибор (тахометр) показывает, что число оборотов двигателя равно 3500 об/мин. Считайте, что  $\pi = 3,14$ . Найдите скорость автомобиля в км/ч. Результат округлите до целого значения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 374 литра она заполняет на 5 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 462 литра?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = 7x - 6 \sin x + 12$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение  $(4 \sin^2 x - 1) \sqrt{64 \pi^2 - x^2} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-30; -20]$ .

- 14 В основании прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Точка  $M$  — середина ребра  $B_1C_1$ , точка  $N$  лежит на ребре  $AC$ , причём  $AN : NC = 8 : 1$ . Катет  $AC$  втрое больше бокового ребра  $AA_1$  призмы.
- а) Докажите, что прямая  $MN$  перпендикулярна прямой  $CA_1$ .
- б) Найдите угол между прямой  $MN$  и плоскостью основания  $A_1B_1C_1$ , если  $\sin \angle CBA = \frac{3}{5}$ .

15 Решите неравенство  $2x \geq \log_3 \left( \frac{35}{2} \cdot 6^{x-1} - 3 \cdot 4^{x-\frac{1}{2}} \right)$ .

- 16 Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Биссектриса внутреннего угла при вершине  $B$  пересекает биссектрису внешнего угла при вершине  $C$  в точке  $M$ , а биссектриса внутреннего угла при вершине  $C$  пересекает биссектрису внешнего угла при вершине  $B$  в точке  $N$ .
- а) Докажите, что  $2\angle CNM = \angle ABC$ .
- б) Найдите  $CN$ , если  $AB = AC = 13$ ,  $BC = 10$ .

- 17 Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 10 млн руб.

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 4ax + 6a - a^2 = 0$$

имеет не менее трёх корней.

- 19 Пираты нашли сундук с сокровищами, в котором было 50 монет достоинством 1 дукат и 50 монет достоинством 3 дуката.
- а) Получится ли поделить все деньги поровну между 20 пиратами (каждому должно достаться целое число монет, сдачи и размена ни у кого из пиратов нет)?
- б) Получится ли поделить все деньги поровну между 40 пиратами (каждому должно достаться целое число монет, сдачи и размена ни у кого из пиратов нет)?
- в) При каком наибольшем количестве пиратов капитану всегда удастся поделить монеты между ними, каким бы способом ему ни захотелось это сделать (возможно, кому-то из пиратов будет полагаться 0 монет)?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

## ВАРИАНТ 3

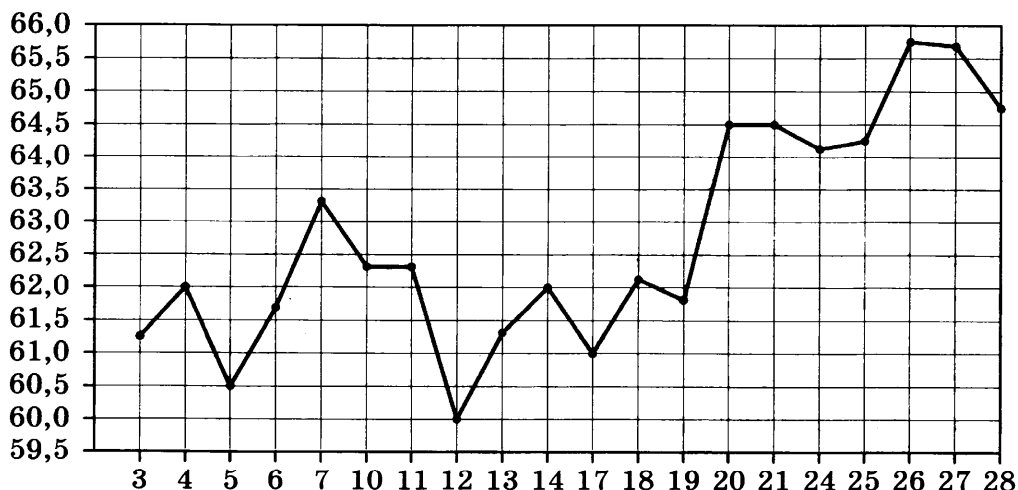
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 В университетскую библиотеку привезли новые учебники для двух курсов, по 145 штук для каждого курса. В книжном шкафу 8 полок, на каждой полке помещается 20 учебников. Какое наименьшее количество шкафов потребуется, чтобы в них разместить все новые учебники?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 28 июня 2019 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.

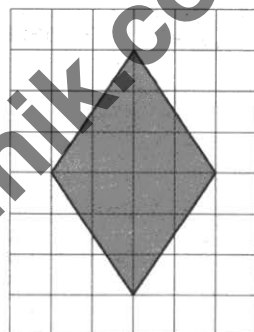


Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой нефти на момент закрытия торгов в период с 10 по 24 июня (в долларах США).

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите его площадь.

Ответ: \_\_\_\_\_.



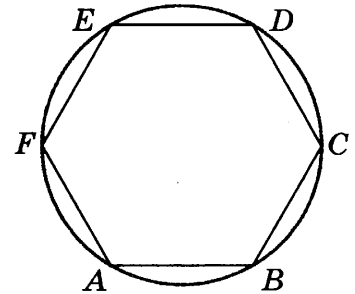
- 4 Клиент получает в банке кредитную карту. Три последние цифры номера карты случайные. Какова вероятность того, что эти последние три цифры идут подряд в порядке убывания, например 876 или 432?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Решите уравнение  $\frac{x-1}{6x+11} = \frac{x-1}{5x+3}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

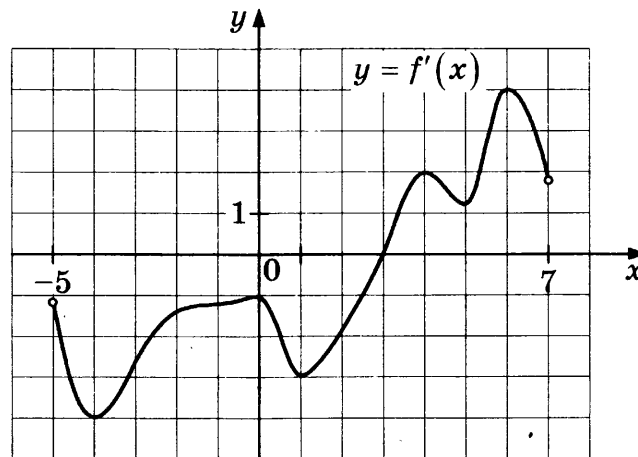
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Периметр правильного шестиугольника равен 24. Найдите диаметр описанной около него окружности.



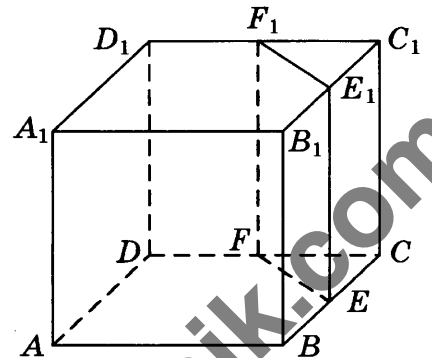
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 7)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащую отрезку  $[-3; 5]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 47. Найдите объём куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9** Найдите  $p(x) + p(-20 - x)$ , если  $p(x) = \frac{x(-20 - x)}{x + 10}$  при  $x \neq -10$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Скорость движения автомобиля  $v$  (км/ч) и угловая скорость вращения вала двигателя  $\omega_{\text{двиг.}}$  (об/мин) связаны соотношением

$$v = \frac{0,0006 \cdot \pi d \omega_{\text{двиг.}}}{kb},$$

где  $d$  — диаметр колеса (см),  $k$  — передаточное число дифференциала автомобиля, а  $b$  — передаточное число коробки передач при выбранной передаче. В таблице указаны передаточные числа для автомобиля «Лада-Калина».

	Коробка передач						Дифференциал
	1-я пер.	2-я пер.	3-я пер.	4-я пер.	5-я пер.	Задняя	
Передаточное число	3,636	1,950	1,357	0,941	0,784	3,500	3,706

У автомобиля «Лада-Калина» диаметр колеса равен 56 см. Водитель двигается на 1-й передаче с постоянной скоростью. Прибор (тахометр) показывает, что число оборотов двигателя равно 4000 об/мин. Считайте, что  $\pi = 3,14$ . Найдите скорость автомобиля в км/ч. Результат округлите до целого значения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 588 литров она заполняет на 7 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 728 литров?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = 13x - 10 \sin x + 1$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение  $(4 \sin^2 x - 1) \sqrt{x^2 - 64\pi^2} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[25; 30]$ .

- 14 В основании прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Точка  $M$  — середина ребра  $B_1C_1$ , точка  $N$  лежит на ребре  $AC$ , причём  $AN : NC = 3 : 1$ . Катет  $AC$  вдвое больше бокового ребра  $AA_1$  призмы.
- а) Докажите, что прямая  $MN$  перпендикулярна прямой  $CA_1$ .
- б) Найдите угол между прямой  $MN$  и плоскостью основания  $A_1B_1C_1$ , если  $\sin \angle CBA = \frac{2}{\sqrt{7}}$ .

15 Решите неравенство  $2x \geq \log_2 \left( \frac{35}{3} \cdot 6^{x-1} - 2 \cdot 9^{x-\frac{1}{2}} \right)$ .

- 16 Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Биссектриса внутреннего угла при вершине  $B$  пересекает биссектрису внешнего угла при вершине  $C$  в точке  $M$ , а биссектриса внутреннего угла при вершине  $C$  пересекает биссектрису внешнего угла при вершине  $B$  в точке  $N$ .
- а) Докажите, что  $2\angle BMN = \angle ACB$ .
- б) Найдите  $BM$ , если  $AB = AC = 5$ ,  $BC = 6$ .

- 17 Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 9 млн руб.

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 10x - 5 - 2ax + 6a - a^2 = 0$$

имеет не менее трёх корней.

- 19 Пираты нашли сундук с сокровищами, в котором было 40 монет достоинством 1 дукат и 40 монет достоинством 5 дукатов.
- а) Получится ли поделить все деньги поровну между 16 пиратами (каждому должно достаться целое число монет, сдачи и размена ни у кого из пиратов нет)?
- б) Получится ли поделить все деньги поровну между 30 пиратами (каждому должно достаться целое число монет, сдачи и размена ни у кого из пиратов нет)?
- в) При каком наибольшем количестве пиратов капитану всегда удастся поделить монеты между ними, каким бы способом ему ни захотелось это сделать (возможно, кому-то из пиратов будет полагаться 0 монет)?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



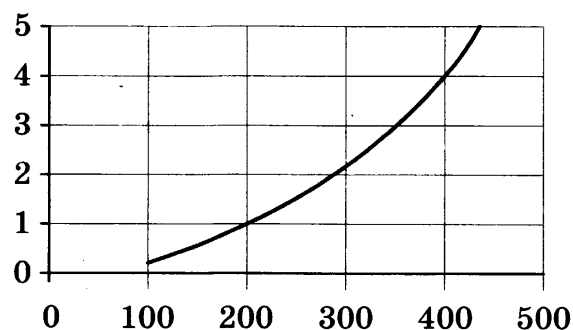
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну — в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 200 рублей в воскресенье?

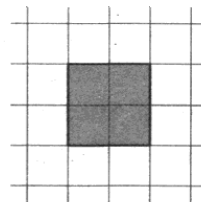
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). В некоторый момент подъёмная сила равнялась одной тонне силы. Определите по рисунку, на сколько километров в час надо увеличить скорость, чтобы подъёмная сила увеличилась до 4 тонн силы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён квадрат. Найдите радиус вписанной в него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В небольшом магазине работают два продавца — Василий и Сергей. Каждый из них может быть занят с клиентом с вероятностью 0,4. При этом они могут быть заняты одновременно с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайно выбранный момент времени занят только Василий, а Сергей свободен.

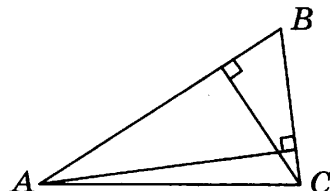
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{2x+5}{3}} = 5$ .

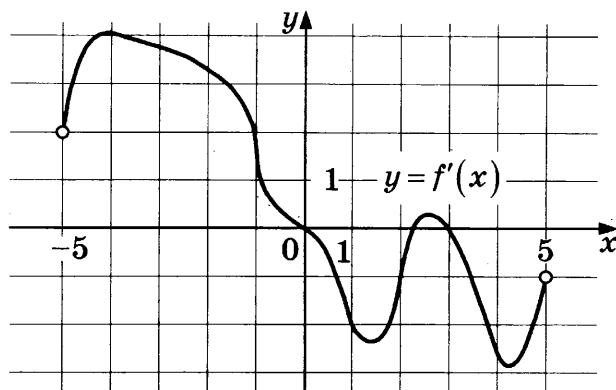
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике со сторонами 9 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой из этих сторон, равна 4. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 5)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-3; 4]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 30. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{\log_9 125}{\log_9 5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 40 мг. Период его полураспада составляет 10 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий — за 12 минут, а первый и третий — за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = (1 - 2x)\cos x + 2\sin x + 7$ , принадлежащую промежутку  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\cos 2x + \sqrt{2} \sin x + 1 = 0$ .  
б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .
- 14 В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со стороной  $AB = 3$  и диагональю  $BD = 5$ . Все боковые рёбра пирамиды равны 3. На отрезке  $BD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  — точка  $F$  так, что  $SF = BE = 2$ .  
а) Докажите, что плоскость  $CEF$  параллельна ребру  $SB$ .  
б) Плоскость  $CEF$  пересекает ребро  $SD$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от точки  $Q$  до плоскости  $ABC$ .
- 15 Решите неравенство  $5^{x+3} - 5^{x+2} - 5^x < 6^{\frac{x}{2}+3} - 6^{\frac{x}{2}+2} + 3 \cdot 6^{\frac{x}{2}+1}$ .
- 16 На продолжении стороны  $AC$  за вершину  $A$  треугольника  $ABC$  отложен отрезок  $AD$ , равный стороне  $AB$ . Прямая, проходящая через точку  $A$  параллельно  $BD$ , пересекает сторону  $BC$  в точке  $M$ .  
а) Докажите, что луч  $AM$  — биссектриса угла  $BAC$ .  
б) Найдите площадь трапеции  $AMBD$ , если площадь треугольника  $ABC$  равна 180 и известно отношение  $AC : AB = 3 : 2$ .
- 17 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:  
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;  
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.  
Известно, что за первые 12 месяцев нужно выплатить банку 1370 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?
- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$ax^2 + 2(a+3)x + (a+4) = 0$$

имеет два корня, расстояние между которыми больше 2.

- 19 а) Существует ли такое кратное 11 трёхзначное число, у которого вторая цифра в 14 раз меньше произведения двух других его цифр?  
б) Существует ли такое кратное 11 трёхзначное число, у которого сумма всех цифр равна 7?  
в) Найдите наибольшее кратное 11 восьмизначное число, среди цифр которого по одному разу встречаются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 9. Ответ обоснуйте.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

## ВАРИАНТ 5

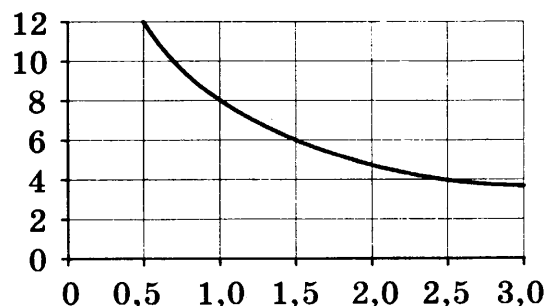
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Шоколадка стоит 25 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну — в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 480 рублей в воскресенье?

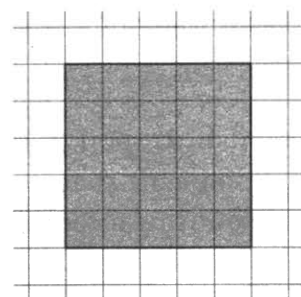
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 12 до 6 ампер. На сколько омов при этом увеличилось сопротивление цепи?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён квадрат. Найдите радиус вписанной в него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В небольшом магазине работают два продавца — Александр и Алексей. Каждый из них может быть занят с клиентом с вероятностью 0,5. При этом они могут быть заняты одновременно с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайно выбранный момент времени занят только Александр, а Алексей свободен.

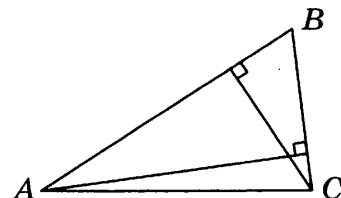
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{4x+25}{13}} = 5$ .

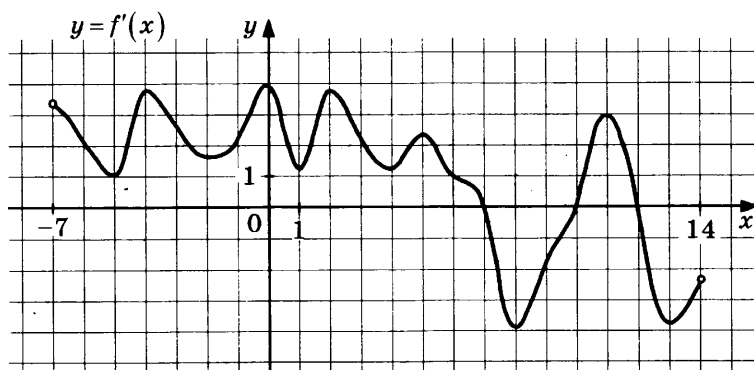
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике со сторонами 15 и 5 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой из этих сторон, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 14)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-6; 9]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 10. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{\log_7 81}{\log_7 3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 20 мг. Период его полураспада составляет 10 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий — за 15 минут, а первый и третий — за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = (3 - 2x)\cos x + 2\sin x + 4$ , принадлежащую промежутку  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение  $2 - 5\cos x - \cos 2x = 0$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

14 В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со стороной  $AB = 6$  и диагональю  $BD = 11$ . Все боковые рёбра пирамиды равны 6. На отрезке  $BD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  — точка  $F$  так, что  $SF = BE = 5$ .

а) Докажите, что плоскость  $CEF$  параллельна ребру  $SB$ .

б) Плоскость  $CEF$  пересекает ребро  $SD$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от точки  $Q$  до плоскости  $ABC$ .

15 Решите неравенство  $5^{x+2} + 5^{x+1} - 5^x < 3^{\frac{x}{2}+1} - 3^{\frac{x}{2}} - 3^{\frac{x}{2}-1}$ .

16 На продолжении стороны  $AC$  за вершину  $A$  треугольника  $ABC$  отложен отрезок  $AD$ , равный стороне  $AB$ . Прямая, проходящая через точку  $A$  параллельно  $BD$ , пересекает сторону  $BC$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что луч  $AM$  — биссектриса угла  $BAC$ .

б) Найдите площадь трапеции  $AMBD$ , если площадь треугольника  $ABC$  равна 144 и известно отношение  $AC : AB = 3 : 1$ .

17 15 января планируется взять кредит в банке на 20 месяцев. Условия его возврата таковы: — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за первые 10 месяцев нужно выплатить банку 1179 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$ax^2 + 2(a+2)x + (a+5) = 0$$

имеет два корня, расстояние между которыми больше 1.

19 а) Существует ли такое кратное 11 трёхзначное число, у которого вторая цифра равна произведению двух других его цифр?

б) Существует ли такое кратное 11 трёхзначное число, у которого сумма всех цифр равна 5?

в) Найдите наименьшее кратное 11 восьмизначное число, среди цифр которого по одному разу встречаются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 и 9. Ответ обоснуйте.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

## ВАРИАНТ 6

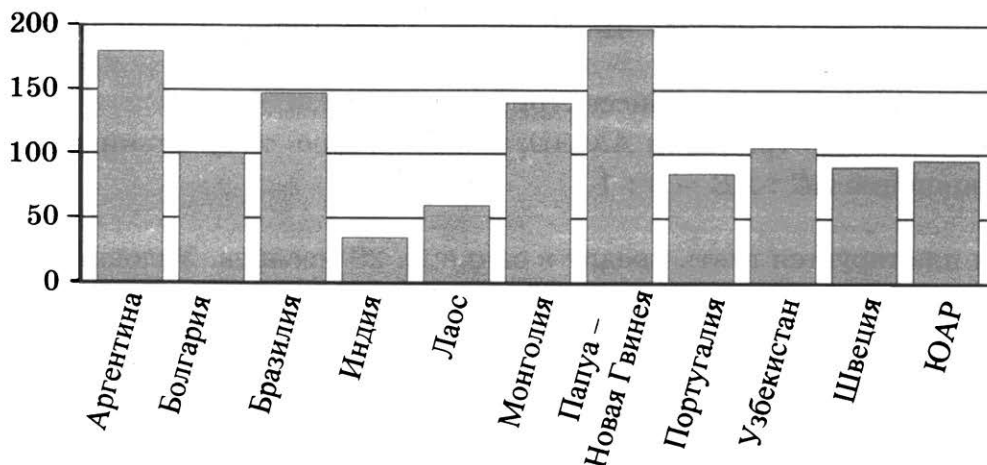
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Футболка стоит 160 рублей. Какое наибольшее число футболок можно купить на 600 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 20%?

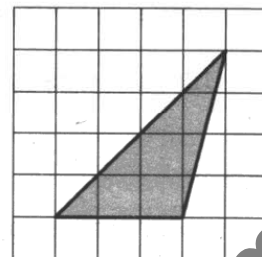
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа — Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимал Узбекистан?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,3. На столе лежит 10 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Ответ: \_\_\_\_\_.

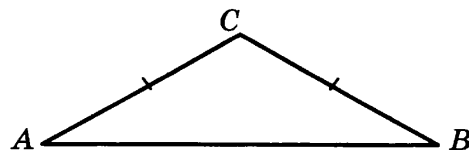
- 5 Найдите корень уравнения  $4^{3+5x} = 0,8 \cdot 5^{3+5x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



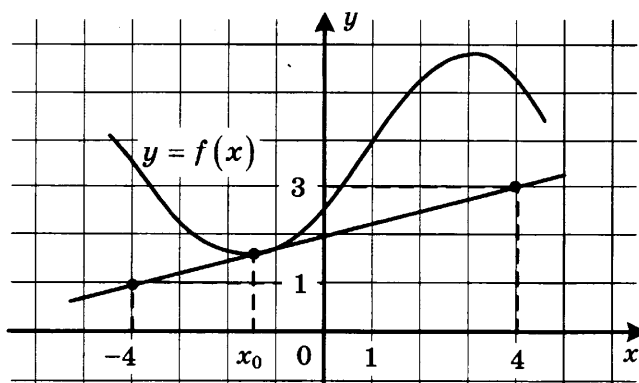
- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $29^\circ$ ,  $AC = BC$ .  
Найдите угол  $C$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



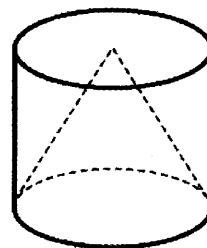
- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 8 Объём цилиндра равен 12. Чему равен объём конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\log_6 144 - \log_6 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Зависимость объёма спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 160 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наименьшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = (x + 17)^2 e^{30-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение  $5^{x^2-4x+1} + 5^{x^2-4x} = 30$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-1; 3]$ .
- 14** Основанием прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является равнобедренный треугольник  $ABC$ , в котором  $AB = BC = 20$ ,  $AC = 32$ . Боковое ребро призмы равно 24. Точка  $P$  принадлежит ребру  $BB_1$ , причём  $BP : PB_1 = 1 : 3$ .  
а) Пусть  $M$  — середина  $A_1C_1$ . Докажите, что прямые  $MP$  и  $AC$  перпендикулярны.  
б) Найдите тангенс угла между плоскостями  $A_1B_1C_1$  и  $ACP$ .
- 15** Решите неравенство  $\frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2} + \frac{2}{x - 3} \leq x$ .
- 16** На катетах  $AC$  и  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  вне треугольника построены квадраты  $ACDE$  и  $BFKC$ . Точка  $M$  — середина гипотенузы  $AB$ ,  $H$  — точка пересечения прямых  $CM$  и  $DK$ .  
а) Докажите, что прямые  $CM$  и  $DK$  перпендикулярны.  
б) Найдите  $MH$ , если известно, что катеты треугольника  $ABC$  равны 60 и 80.
- 17** У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 400 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 5000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 6000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?
- 18** Найдите все значения  $k$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{1 + (2 - 2k) \sin t}{\cos t - \sin t} = 2k$  имеет хотя бы одно решение на интервале  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .
- 19** Дана бесконечная арифметическая прогрессия, первый член которой равен 2014, а разность равна 13. Каждый член прогрессии заменили суммой его цифр. С полученной последовательностью поступили так же и действовали так до тех пор, пока не получилась последовательность однозначных чисел.  
а) Найдите тысячное число получившейся последовательности.  
б) Найдите сумму первой тысячи чисел получившейся последовательности.  
в) Чему может равняться наибольшая сумма 1010 чисел получившейся последовательности, идущих подряд?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

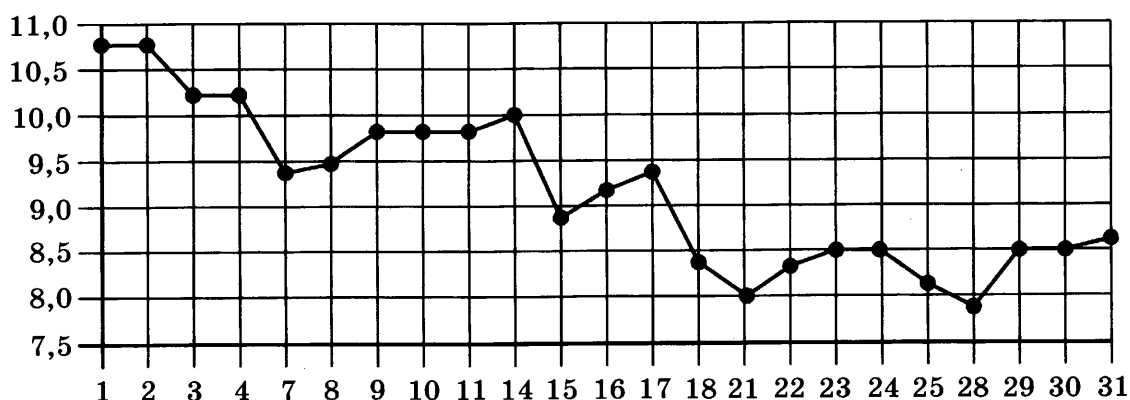
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 39 миль в час? Ответ округлите до целого числа.

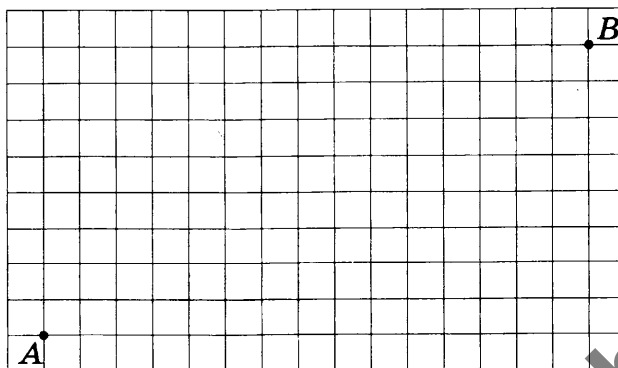
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена серебра, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена серебра в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена серебра была наименьшей за указанный период.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  отмечены точки  $A$  и  $B$ . Найдите длину отрезка  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В некотором городе из 2000 появившихся на свет младенцев 990 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе.

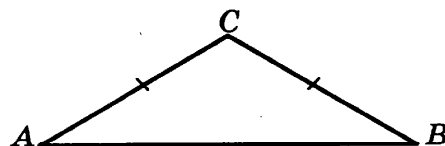
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{14 + 5x} = 7$ .

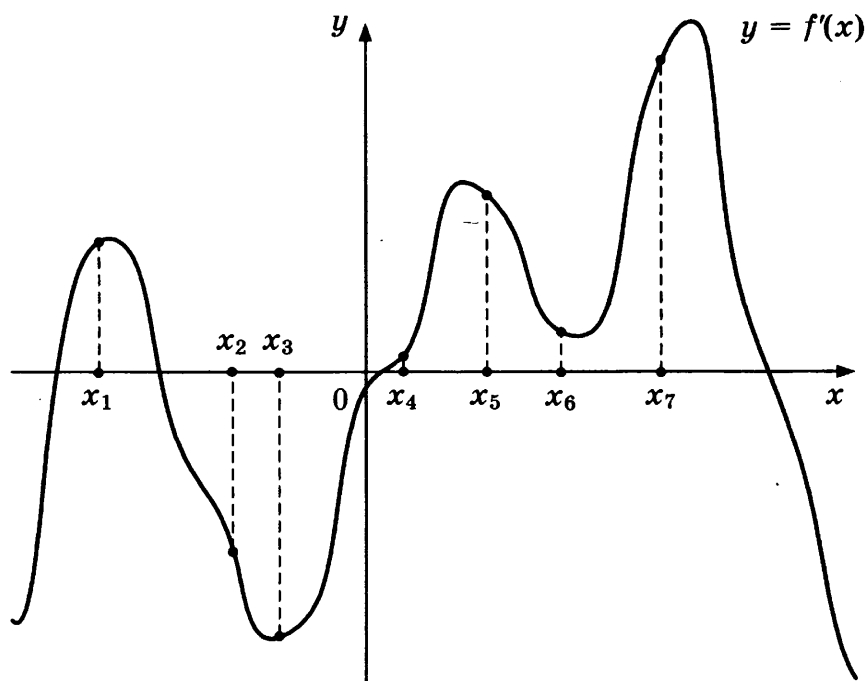
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ ,  $AB = \sqrt{3}$ . Найдите  $AC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



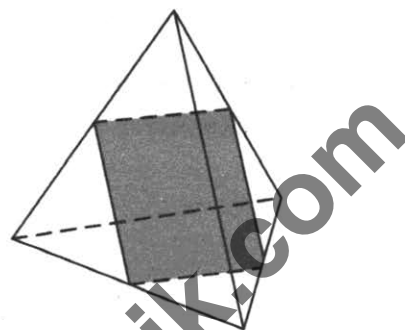
- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , и семь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  возрастает?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Рёбра правильного тетраэдра равны 14. Найдите площадь сечения, проходящего через середины четырёх его рёбер.

Ответ: \_\_\_\_\_.



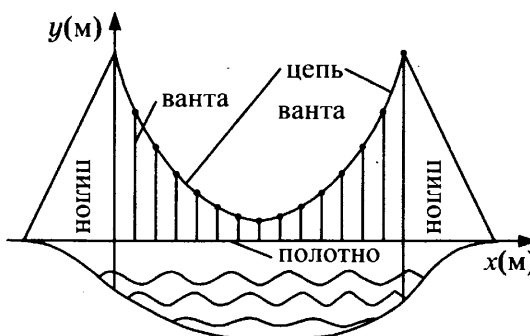
Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$  и  $\alpha \in (\pi; 2\pi)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось  $Oy$  направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось  $Ox$  направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение  $y = 0,0013x^2 - 0,35x + 27$ , где  $x$  и  $y$  измеряются в метрах. Найдите длину ванта, расположенной в 30 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 20 мин меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29$  на отрезке  $[-1; 4]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $3 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .

- 14** В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  с вершиной  $S$  боковое ребро вдвое больше стороны основания.
- а) Докажите, что плоскость, проходящая через середины рёбер  $SA$  и  $SE$  и вершину  $C$ , делит ребро  $SB$  в отношении  $1 : 3$ , считая от вершины  $B$ .
- б) Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через середины рёбер  $SA$  и  $SE$  и вершину  $C$ , делит ребро  $SF$ , считая от вершины  $S$ .

**15** Решите неравенство  $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 \geq 0$ .

- 16** На сторонах  $AC$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  вне треугольника построены квадраты  $ACDE$  и  $BFKC$ . Точка  $M$  — середина стороны  $AB$ .

а) Докажите, что  $CM = \frac{1}{2} DK$ .

- б) Найдите расстояния от точки  $M$  до центров квадратов, если  $AC = 10$ ,  $BC = 32$  и  $\angle ACB = 30^\circ$ .

- 17** 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $2\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Известно, что в течение первого года кредитования нужно вернуть банку 2466 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку за последние 12 месяцев?

- 18** Найдите все неотрицательные значения  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{2a + x^2 - 4 \log_{1/3}(4a^2 - 4a + 9)}{5\sqrt{18x^4 + 7x^2} + 2a + 4 + \log_{1/3}^2(4a^2 - 4a + 9)}$$

состоит из одной точки, и найдите это решение.

- 19** В роте два взвода, в первом взводе солдат меньше, чем во втором, но больше, чем 50, а вместе солдат меньше, чем 120. Командир знает, что роту можно построить по несколько человек в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдат, большее 7, и при этом ни в каком ряду не будет солдат из двух разных взводов.
- а) Сколько солдат в первом взводе и сколько во втором? Приведите хотя бы один пример.
- б) Можно ли построить роту указанным способом по 11 солдат в одном ряду?
- в) Сколько в роте может быть солдат?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

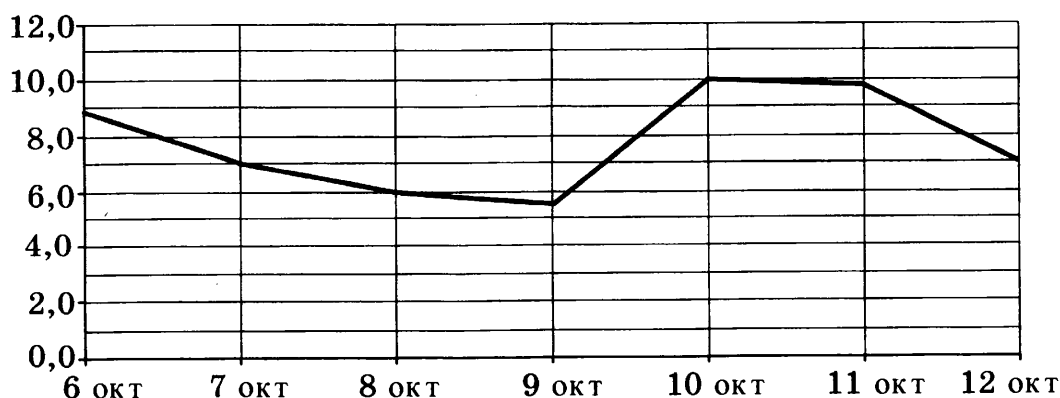
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Сырок стоит 5 руб. 40 коп. Какое наибольшее число сырков можно купить на 40 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_.

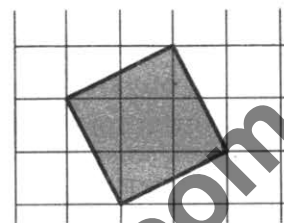
- 2** На рисунке изображён график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия.



Определите по графику, сколько дней из указанного периода средняя температура была в пределах от 6,5 °C до 9 °C.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 × 1 изображён квадрат. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В случайном эксперименте бросают две игральные кости (кубика). Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{x-3} = 2$ .

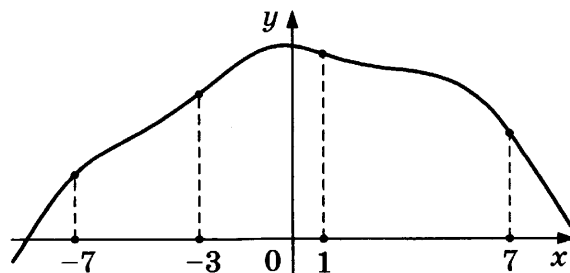
Ответ: \_\_\_\_\_.



- 6 Диагонали трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB = 11$ ,  $DC = 33$ ,  $AC = 28$ .

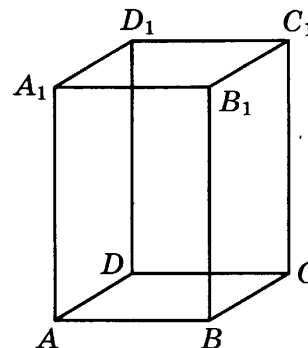
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-7$ ,  $-3$ ,  $1$ ,  $7$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Диагональ правильной четырёхугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Боковое ребро равно 3. Найдите диагональ призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения:  $(3^{\log_7 5})^{\log_3 7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 200$  мг. Период его полураспада  $T = 4$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 25 мг?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = x^5 + 20x^3 - 65x$  на отрезке  $[-4; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение  $6^{x^2-4x} + 6^{x^2-4x-1} = 42$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2; 4]$ .

14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с вершиной  $S$ , все рёбра которой равны 6, точка  $M$  — середина ребра  $BC$ , точка  $O$  — центр основания пирамиды, точка  $F$  делит отрезок  $SO$  в отношении  $1:2$ , считая от вершины пирамиды.

а) Найдите отношение, в котором плоскость  $CMF$  делит отрезок  $SA$ , считая от вершины  $S$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $MCF$  и плоскостью  $ABC$ .

15 Решите неравенство  $\log_x(x-2) \cdot \log_x(x+2) \leq 0$ .

16 Окружность, построенная на стороне  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  как на диаметре, проходит через точку пересечения диагоналей параллелограмма.

а) Докажите, что  $ABCD$  — ромб.

б) Эта окружность пересекает сторону  $AB$  в точке  $M$ , причём  $AM:MB = 1:2$ . Найдите диагональ  $AC$ , если известно, что  $AD = 2\sqrt{3}$ .

17 31 декабря 2014 года Василий взял в банке некоторую сумму в кредит под 11% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 11%), затем Василий переводит в банк 3 696 300 рублей. Какую сумму взял Василий в банке, если он выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |x^2 - x - 6| = (y - 1)^2 + x - 7, \\ 3y = 2x + a \end{cases}$$

имеет ровно один или два корня.

19 На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 363. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 2 раза больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

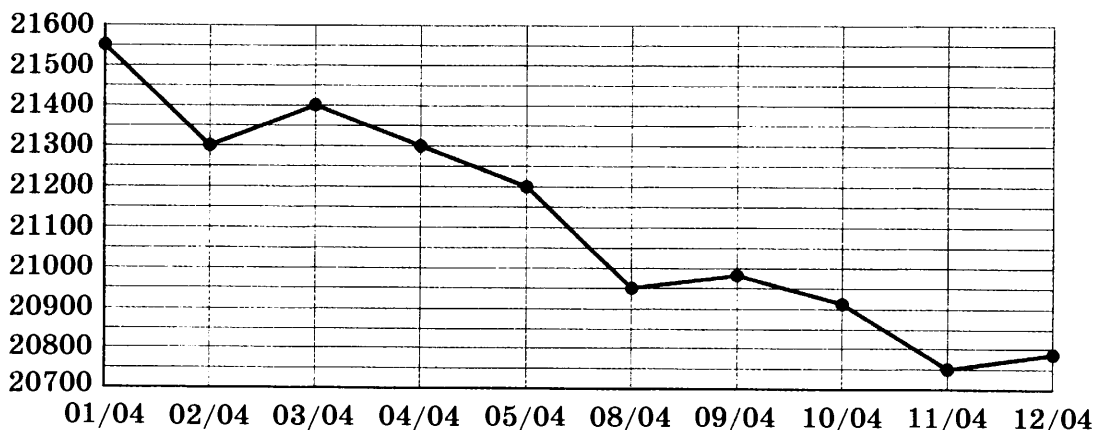
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Каждый день во время конференции расходуется 120 пакетиков чая. Конференция длится 3 дня. Чай продаётся в пачках по 50 пакетиков. Какое наименьшее количество пачек нужно купить на все дни конференции?

Ответ: \_\_\_\_\_.

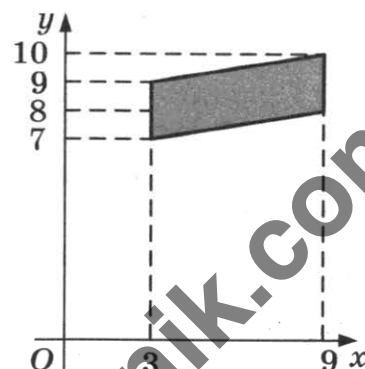
- 2** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 1 по 12 апреля 2019 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — цена олова в долларах США за тонну. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линиями.



Определите по рисунку наименьшую цену олова на момент закрытия торгов за данный период. Ответ дайте в долларах США за тонну.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты (3; 7), (9; 8), (9; 10), (3; 9).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** Марина и Дина бросают кубик по одному разу. Выигрывает та девочка, у которой выпадет больше очков. Первой кубик бросила Марина, у неё выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Дина выиграет.

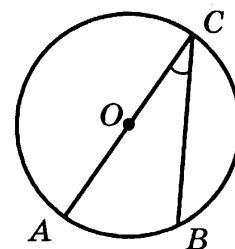
Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Найдите корень уравнения  $5^{4-x} = 25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет  $1/5$  окружности. Ответ дайте в градусах.

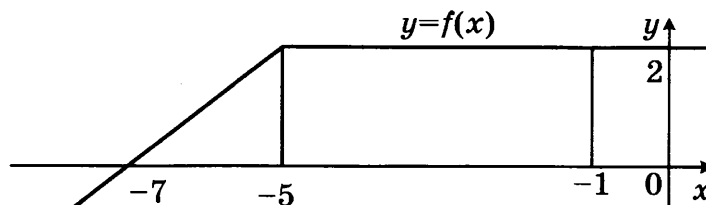
Ответ: \_\_\_\_\_.



7 На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ . Пользуясь рисунком,

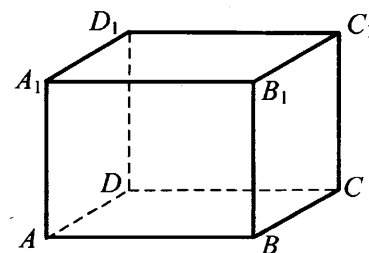
найдите интеграл  $\int_{-7}^{-1} f(x) dx$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



8 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер:  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 32$ . Найдите площадь сечения, проходящего через вершины  $C$ ,  $C_1$  и  $A$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

9 Найдите значение выражения  $\log_6 126 - \log_6 3,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Зависимость температуры (в кельвинах) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур задаётся выражением  $T(t) = T_0 + at + bt^2$ , где  $T_0 = 900$  К,  $a = 31$  К/мин,  $b = -0,2$  К/мин<sup>2</sup>. Известно, что при температурах нагревателя свыше 1550 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Первый сплав содержит 5% меди, второй — 11% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наименьшее значение функции  $y = 11 \operatorname{tg} x - 11x + 16$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $6 \sin^2 x - 5 \sin x - 4 = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .
- 14 В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  с вершиной  $S$  сторона основания равна 8. Точка  $L$  — середина ребра  $SC$ . Тангенс угла между прямыми  $BL$  и  $SA$  равен  $2\sqrt{\frac{2}{5}}$ .  
а) Пусть  $O$  — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые  $BO$  и  $LO$  перпендикулярны.  
б) Найдите площадь поверхности пирамиды.
- 15 Решите неравенство  $4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 4 \leq 0$ .
- 16 На отрезке  $BD$  взята точка  $C$ . Биссектриса  $BL$  равнобедренного треугольника  $ABC$  с основанием  $BC$  является боковой стороной равнобедренного треугольника  $BLD$  с основанием  $BD$ .  
а) Докажите, что треугольник  $DCL$  равнобедренный.  
б) Известно, что  $\cos \angle ABC = \frac{3}{4}$ . В каком отношении прямая  $DL$  делит сторону  $AB$ ?
- 17 15 января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:  
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;  
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.  
Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 15% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ .
- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых модуль разности корней уравнения  $x^2 - 6x + 12 + a^2 - 4a = 0$  принимает наибольшее значение.
- 19 На доске было написано 20 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Вместо некоторых из чисел (возможно, одного) на доске написали числа, меньшие первоначальных на единицу. Числа, которые после этого оказались равными 0, с доски стёрли.  
а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел на доске увеличилось?  
б) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 27. Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться равным 34?  
в) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 27. Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

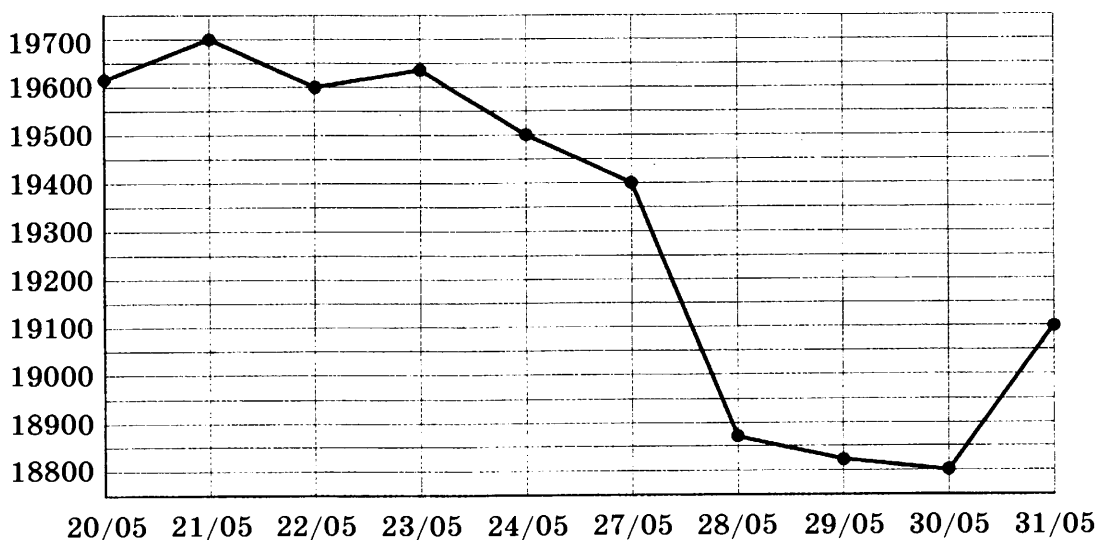
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 470 рублей после понижения цены на 25%?

Ответ: \_\_\_\_\_.

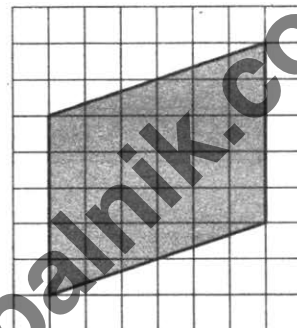
- 2** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 20 по 31 мая 2019 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — цена олова в долларах США за тонну. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линиями.



Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой олова на момент закрытия торгов в период с 27 по 31 мая. Ответ дайте в долларах США за тонну.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

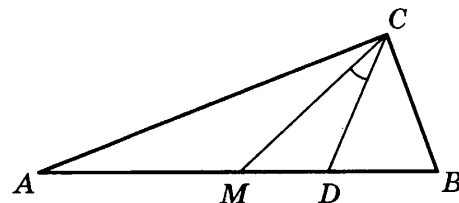
- 4 В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист А., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+6} = 81^x$ .

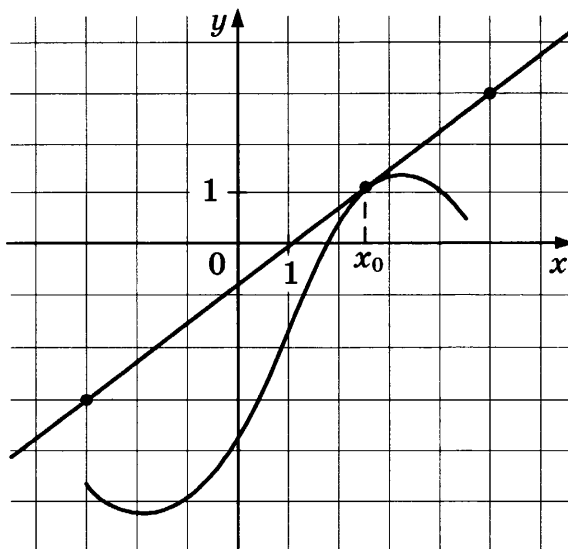
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Острые углы прямоугольного треугольника равны  $87^\circ$  и  $3^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна  $6\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы.

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $2 \operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 105^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 К источнику с ЭДС  $\mathcal{E} = 65 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $r = 0,5 \text{ Ом}$  хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R \text{ Ом}$ . Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой  $U = \frac{\mathcal{E}R}{R+r}$ . При каком сопротивлении нагрузки напряжение на ней будет  $60 \text{ В}$ ? Ответ дайте в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Из точки А в точку В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на  $14 \text{ км/ч}$ , а вторую половину пути — со скоростью  $105 \text{ км/ч}$ , в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше  $50 \text{ км/ч}$ . Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = 4x - \ln(4x) + 16$  на отрезке  $\left[\frac{1}{8}; \frac{5}{8}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $2 \cdot 9^{x^2-4x+1} + 42 \cdot 6^{x^2-4x} - 15 \cdot 4^{x^2-4x+1} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-1; 3]$ .

- 14 Ребро  $SA$  пирамиды  $SABC$  перпендикулярно плоскости основания  $ABC$ .

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середины рёбер  $AB$ ,  $AC$  и  $SA$ , отсекает от пирамиды  $SABC$  пирамиду, объём которой в 8 раз меньше объёма пирамиды  $SABC$ .

б) Найдите расстояние от вершины  $A$  до этой плоскости, если  $SA = 2\sqrt{5}$ ,  $AB = AC = 10$ ,  $BC = 4\sqrt{5}$ .

- 15 Решите неравенство  $\log_{\frac{25-x^2}{16}} \frac{24+2x-x^2}{14} > 1$ .



- 16 Точки  $B_1$  и  $C_1$  лежат на сторонах соответственно  $AC$  и  $AB$  треугольника  $ABC$ , причём  $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B$ . Прямые  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $O$ .

а) Докажите, что прямая  $AO$  делит пополам сторону  $BC$ .

б) Найдите отношение площади четырёхугольника  $AB_1OC_1$  к площади треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B = 1 : 3$ .

- 17 В двух областях есть по 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,3 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи  $x$  кг алюминия в день требуется  $x^2$  человеко-часов труда, а для добычи  $y$  кг никеля в день требуется  $y^2$  человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |2x^2 + y^2 - 1| + y^2 + 4y = 0, \\ y = 0,5x + a \end{cases}$$

имеет два или три корня.

- 19 Три различных натуральных числа являются длинами сторон некоторого тупоугольного треугольника.

а) Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно 2?

б) Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно  $\frac{4}{3}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать отношение большего из этих чисел к меньшему из них, если известно, что среднее по величине число равно 20?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

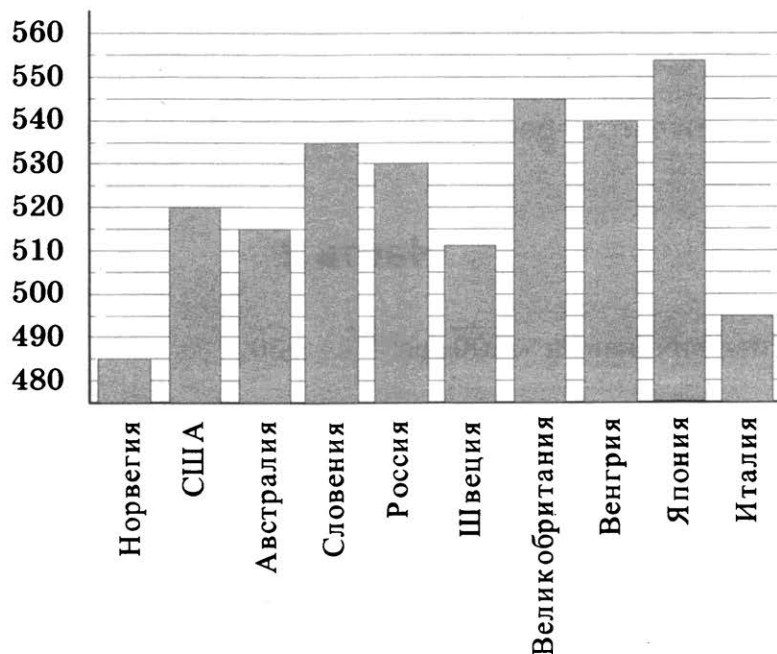
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Для приготовления яблочного варенья на 1 кг яблок нужно 1,2 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 26 кг яблок?

Ответ: \_\_\_\_\_.

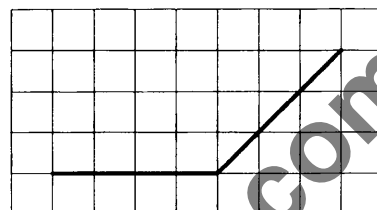
- 2 На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по естествознанию в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди указанных стран второе место принадлежит Великобритании. Определите, какое место занимает Россия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён угол. Найдите его градусную величину.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

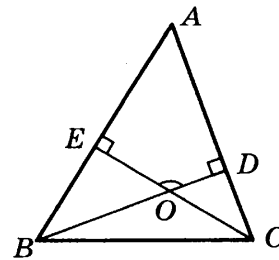
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{2x + 31} = 9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

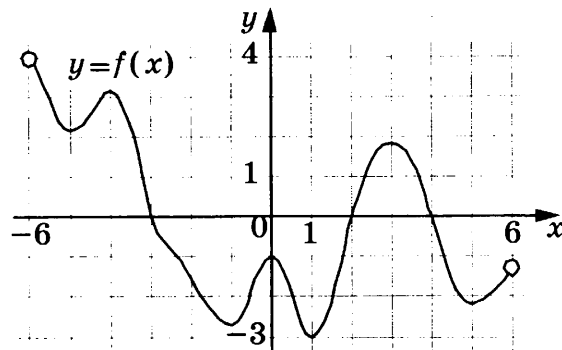
- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $56^\circ$ , углы  $B$  и  $C$  — острые, высоты  $BD$  и  $CE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $DOE$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



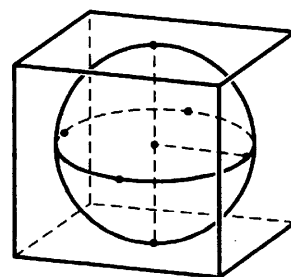
- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 6)$ . Найдите количество решений уравнения  $f'(x) = 0$  на отрезке  $[-5, 5; 4]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 8 Шар, объём которого равен  $\pi$ , вписан в куб. Найдите объём куба.

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\sqrt{200} \cos^2 \frac{5\pi}{8} - \sqrt{50}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^m},$$

где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями,

$r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,

$K$  — число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 26, их средняя оценка равна 0,68, а оценка экспертов равна 0,32.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 440 км. Из города  $A$  в город  $B$  выехал первый автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города  $B$  выехал со скоростью 90 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 260 км от города  $A$ . Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = \ln(x + 5)^5 - 5x$  на отрезке  $[-4, 5; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $19 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 1 = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-5; -4]$ .
- 14 В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  все рёбра равны 1.  
а) Докажите, что прямая  $AB_1$  параллельна прямой, проходящей через середины отрезков  $AC$  и  $BC_1$ .  
б) Найдите косинус угла между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .
- 15 Решите неравенство  $1 + \log_6(4 - x) \leq \log_6(16 - x^2)$ .
- 16 На сторонах  $AC$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  вне треугольника построены квадраты  $ACDE$  и  $BFKC$ . Точка  $M$  — середина стороны  $AB$ .  
а) Докажите, что  $CM = \frac{1}{2}DK$ .  
б) Найдите расстояния от точки  $M$  до центров квадратов, если  $AC = 6$ ,  $BC = 10$  и  $\angle ACB = 30^\circ$ .
- 17 У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 13 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?
- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 11|x + 2| + 3\sqrt{x^2 + 4x + 13} = 5a + 2|x - 2a + 2|$$

имеет хотя бы один корень.

- 19 а) Приведите пример такого натурального числа  $n$ , что числа  $n^2$  и  $(n + 16)^2$  дают одинаковый остаток при делении на 200.  
б) Сколько существует трёхзначных чисел  $n$  с указанным в пункте а свойством?  
в) Сколько существует двузначных чисел  $m$ , для каждого из которых существует ровно 36 трёхзначных чисел  $n$ , таких, что  $n^2$  и  $(n + m)^2$  дают одинаковый остаток при делении на 200?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

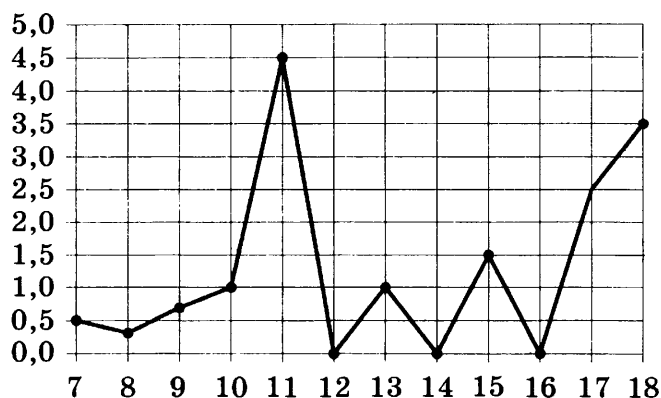
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Флакон шампуня стоит 170 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?

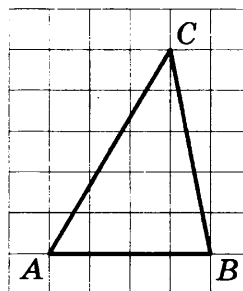
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало больше 2 миллиметров осадков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 4, но не дойдя до отметки 7.

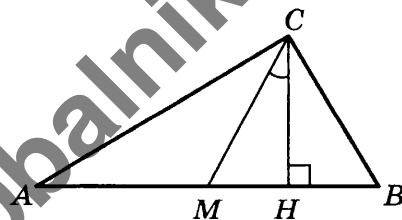
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_5(-2 - x) = 1$ .

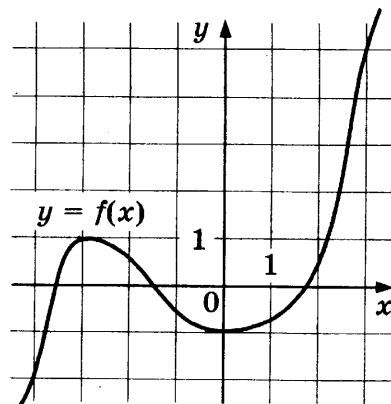
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $32^\circ$ . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

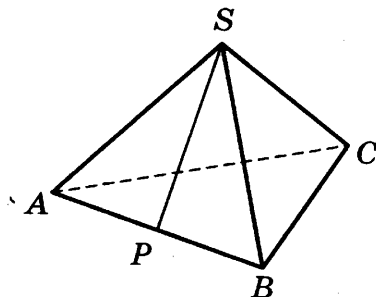


- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите точку, в которой функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение на отрезке  $[-4; 3]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  точка  $P$  — середина ребра  $AB$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $BC = 4$ , а площадь боковой поверхности равна 24. Найдите длину отрезка  $SP$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{2 \cos 28^\circ}{\cos 152^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 28$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 40 до 60 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана — в пределах от 53 до 77 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии

от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 75 км/ч и 30 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 750 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = \sqrt{x^2 - 8x + 17}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение  $\frac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

14 Дана правильная четырёхугольная пирамида  $MABCD$  с основанием  $ABCD$ , стороны основания которой равны  $5\sqrt{2}$ . Точка  $L$  — середина ребра  $MB$ . Тангенс угла между прямыми  $DM$  и  $AL$  равен  $\sqrt{2}$ .

а) Пусть  $O$  — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые  $AO$  и  $LO$  перпендикулярны.

б) Найдите высоту данной пирамиды.

15 Решите неравенство  $\log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left(x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10\right)$ .

16 Две окружности пересекаются в точках  $P$  и  $Q$ . Прямая, проходящая через точку  $P$ , второй раз пересекает первую окружность в точке  $A$ , а вторую — в точке  $D$ . Прямая, проходящая через точку  $Q$  параллельно  $AD$ , второй раз пересекает первую окружность в точке  $B$ , а вторую — в точке  $C$ .

а) Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  — параллелограмм.

б) Найдите отношение  $BP : PC$ , если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй.

17 15 января планируется взять кредит в банке на 5 месяцев. Условия его возврата таковы:  
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;  
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.  
Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наибольшее значение функции  $f(x) = |x - a| - x^2$  не меньше 1.

19 Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 792 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

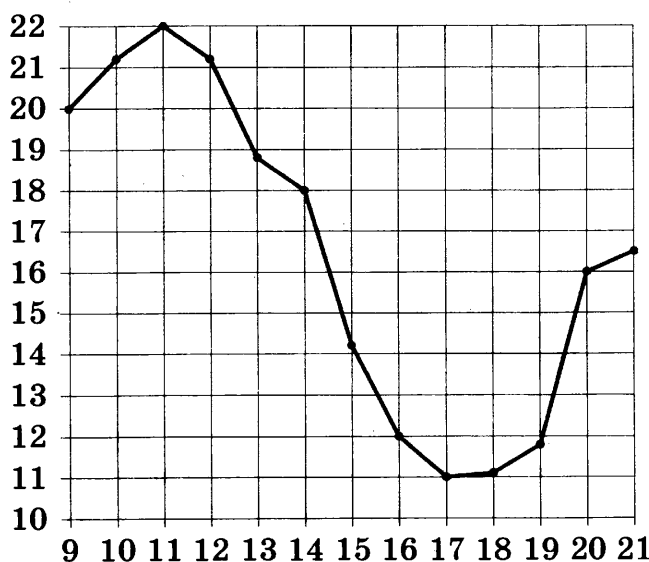
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Для ремонта квартиры купили 42 рулона обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 8 рулонов?

Ответ: \_\_\_\_\_.

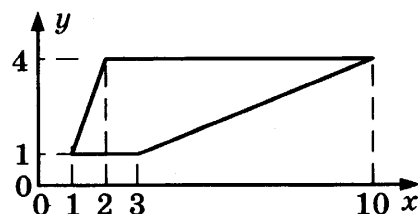
- 2 На рисунке жирными точками показана средняя температура воздуха в Кемерове во все дни с 9 по 21 августа 2012 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите, какого числа средняя температура в Кемерове была наименьшей за данный период.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (1; 1), (2; 4), (10; 4), (3; 1).

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости (кубика). Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

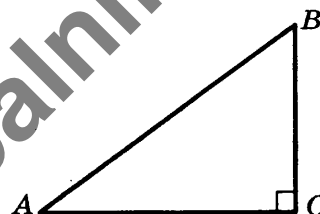
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $32^{x-3} = \frac{1}{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

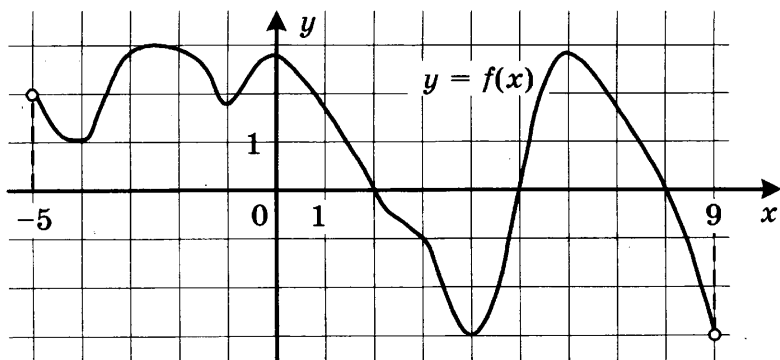
- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = \frac{4}{5}$ . Найдите  $\sin B$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



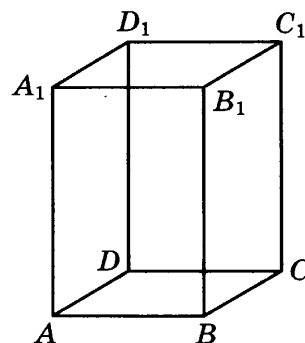


- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 9)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Диагональ правильной четырёхугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Боковое ребро равно 6. Найдите диагональ призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 3 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 5 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 9$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 1,1 \frac{\text{с}}{\text{Ом} \cdot \text{Ф}}$  — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 33 секунды. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Первая труба наполняет бак объёмом 600 литров, а вторая труба — бак объёмом 900 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 3 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 5e^x - 2$  на отрезке  $[-2; 1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение  $\frac{2 \cos x - \sqrt{3}}{\sqrt{7} \sin x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

14 Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Расстояние между этими хордами равно  $\sqrt{730}$ .

а) Докажите, что центры оснований цилиндра лежат по разные стороны от этой плоскости.

б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

15 Решите неравенство  $2^x + 3 \cdot 2^{-x} \leq 4$ .

16 На катетах  $AC$  и  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  вне треугольника построены квадраты  $ACDE$  и  $BFKC$ . Точка  $M$  — середина гипотенузы  $AB$ ,  $H$  — точка пересечения прямых  $CM$  и  $DK$ .

а) Докажите, что прямые  $CM$  и  $DK$  перпендикулярны.

б) Найдите  $MH$ , если известно, что катеты треугольника  $ABC$  равны 30 и 40.

17 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку за первые 12 месяцев?

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 7|x + 1| + 5\sqrt{x^2 + 2x + 5} = 2a + 3|x - 4a + 1|$$

имеет хотя бы один корень.

19 Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел  $-1, 2, 4, -6, 7, -8, -10, 12$ . Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел  $-1, 2, 4, -6, 7, -8, -10, 12$ . После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

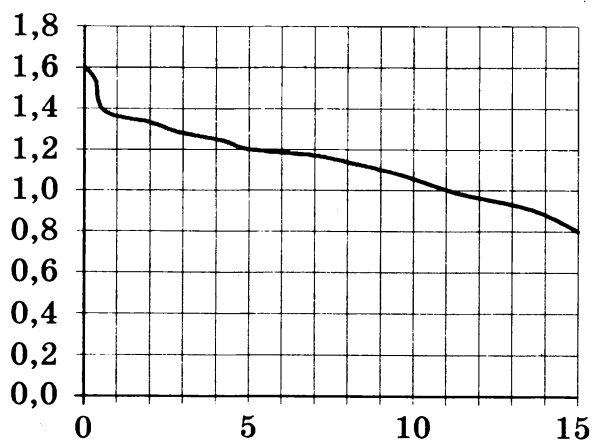
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1 Флакон шампуня стоит 190 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?

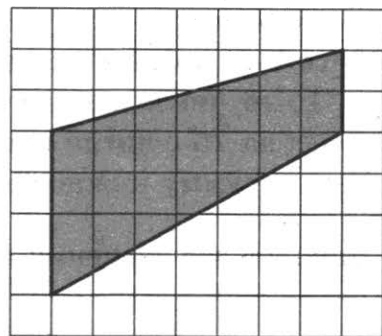
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 5 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В корабельной артиллерии применяется система управления огнём. Орудие делает выстрел по цели. Если цель не поражена, делается ещё один выстрел. Третий выстрел не делается. Известно, что вероятность поражения цели каждым отдельным выстрелом равна 0,8. Найдите вероятность того, что цель будет поражена.

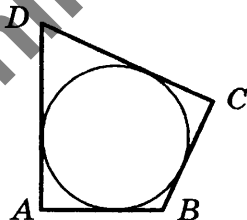
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{1-6x} = 7$ .

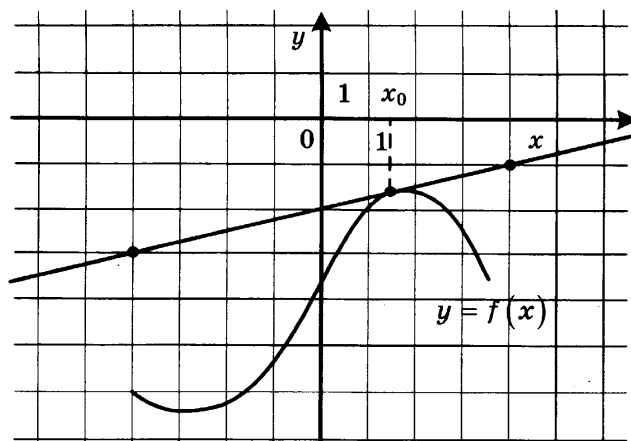
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 6$ ,  $BC = 4$  и  $CD = 16$ . Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 78. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{6 \cos 207^\circ}{\cos 27^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности  $Tr$  публикаций, а также качества  $Q$  сайта. Каждый отдельный показатель — целое число от  $-2$  до  $2$ . Составители рейтинга считают, что объективность ценится вдвое, а информативность публикаций — втрое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{3In + Op + 2Tr + Q}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 1.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 44 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 21 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 + 6x^2 + 19$  на отрезке  $[-6; -2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение  $(16^{\sin x})^{\cos x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{3} \sin x}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

14 Площадь основания  $ABCD$  правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна 64, а площадь сечения пирамиды плоскостью  $SAC$  равна  $32\sqrt{3}$ .

а) Докажите, что угол между плоскостью основания пирамиды и боковым ребром равен  $60^\circ$ .

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

15 Решите неравенство  $\frac{3}{(2^2 - x^2 - 1)^2} - \frac{4}{2^2 - x^2 - 1} + 1 \geq 0$ .

16 Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Точки  $A_2$ ,  $B_2$  и  $C_2$  — середины отрезков  $MA$ ,  $MB$  и  $MC$  соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника  $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$  вдвое меньше площади треугольника  $ABC$ .

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что  $AB = 4$ ,  $BC = 7$  и  $AC = 8$ .

17 31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк  $x$  рублей. Какой должна быть сумма  $x$ , чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x - a^2 + 4a - 2| + |x - a^2 + 2a + 3| = 2a - 5$$

имеет хотя бы один корень на отрезке  $[5; 23]$ .

19 Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 40 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 13 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

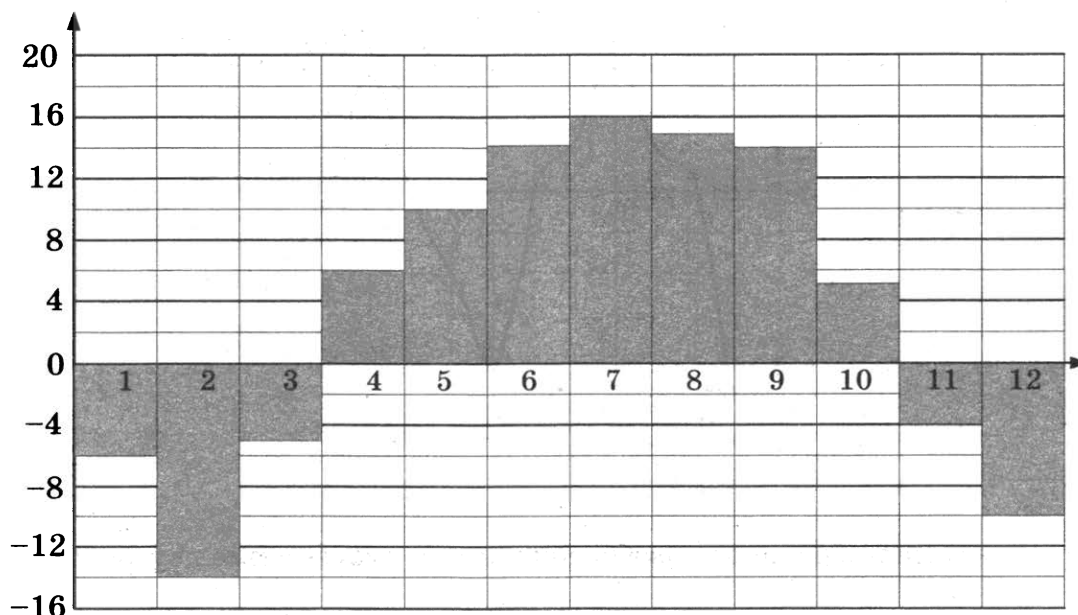
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 590 рублей, а стоимость одного номера журнала — 26 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

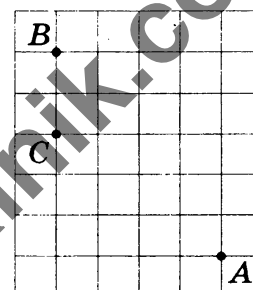
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На диаграмме показана средняя температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются номера месяцев, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной средней температурой в 1994 году в Нижнем Новгороде.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до прямой BC.



Ответ: \_\_\_\_\_.

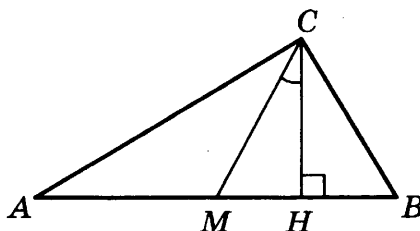
- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно три раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_3(2 - x) = 2$ .

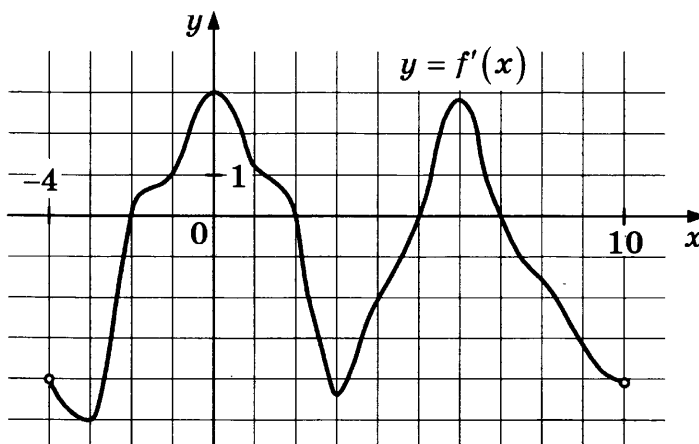
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $28^\circ$ . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



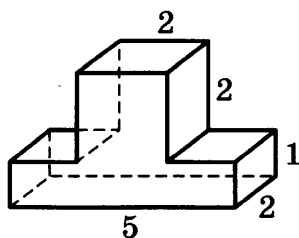
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 10)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -2x + 16$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{4 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому  $P = \sigma ST^4$ , где  $P$  — мощность излучения звезды (в ваттах),  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$  — постоянная,  $S$  — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а  $T$  — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна  $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$ , а мощность её излучения равна  $5,7 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$ .

Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Игорь и Паша могут покрасить забор за 30 часов. Паша и Володя могут покрасить этот же забор за 36 часов, а Володя и Игорь — за 45 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроём?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = x^2 - 14x + 20 \ln x - 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $2 \sin^4 x + 3 \cos 2x + 1 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; 3\pi]$ .

- 14 Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  с основанием  $ABCD$  равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 144.

а) Докажите, что угол между плоскостью  $SAC$  и плоскостью, проходящей через вершину  $S$  этой пирамиды, середину стороны  $AB$  и центр основания, равен  $45^\circ$ .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $SAC$ .

- 15 Решите неравенство  $7^{\ln(x^2 - 2x)} \leq (2 - x)^{\ln 7}$ .



- 16** Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Точки  $A_2$ ,  $B_2$  и  $C_2$  — середины отрезков  $MA$ ,  $MB$  и  $MC$  соответственно.
- а) Докажите, что площадь шестиугольника  $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$  вдвое меньше площади треугольника  $ABC$ .
- б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что  $AB = 5$ ,  $BC = 8$  и  $AC = 10$ .

- 17** 1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей?

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x - a^2 + a + 2| + |x - a^2 + 3a - 1| = 2a - 3$$

имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу  $(4; 19)$ .

- 19** Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.
- а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 48 больше, чем в первый раз.
- б) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 12 членов?
- в) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

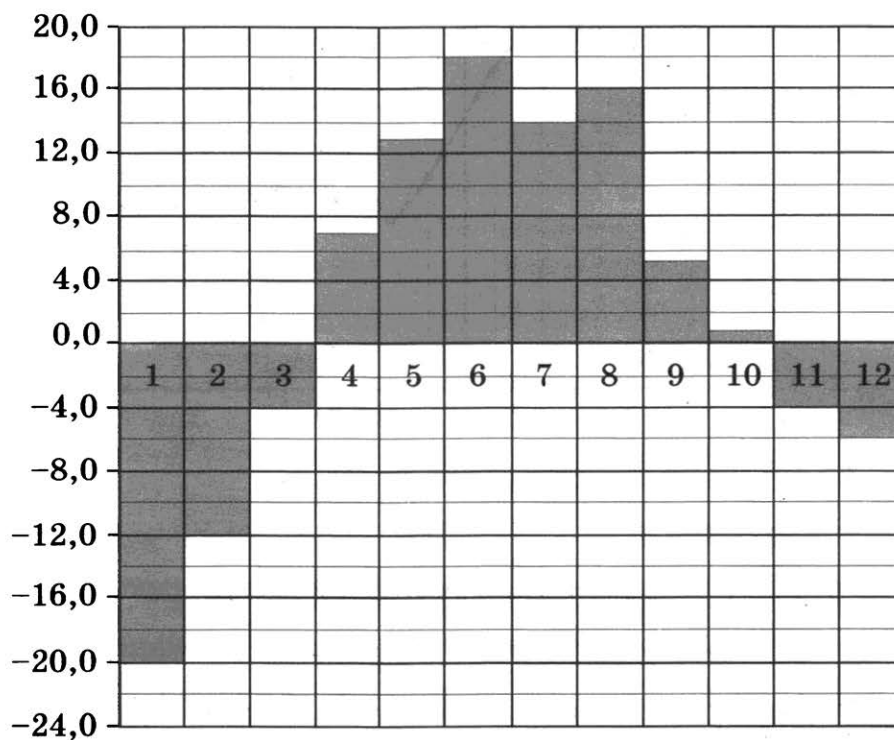
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 21 дюйму. Выразите эту величину в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Ответ: \_\_\_\_\_.

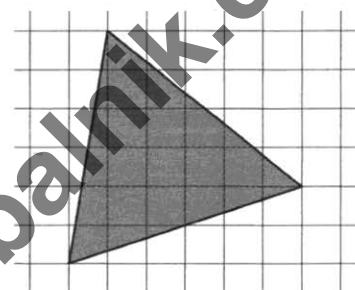
- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в период с мая по декабрь 1973 года включительно. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что разница выпавших очков равна 1 или 2.

Ответ: \_\_\_\_\_.

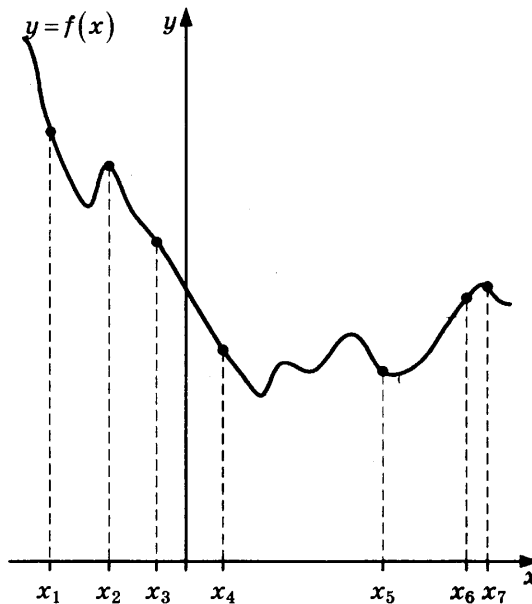
- 5 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4^{2x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 9$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{5}{\sqrt{20}}$ . Найдите  $AC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

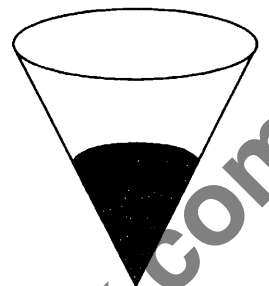
- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и семь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{2}$  высоты. Объем жидкости равен 54 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $(252^2 - 23^2) : 275$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Наблюдатель, находящийся на высоте  $h$  м над поверхностью земли, видит линию горизонта на расстоянии  $l$  км, которое можно найти по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли.

Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 километра. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 10 см. На сколько ступенек ему нужно подняться, чтобы он увидел горизонт на расстоянии 6,4 километра?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Если смешать 45-процентный раствор кислоты и 97-процентный раствор этой же кислоты и добавить 10 кг чистой воды, получится 62-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 72-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 45-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 144}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\cos x + \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}} \cdot (\sin x + 1) = 0$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right]$ .

- 14 На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCA_1B_1C_1D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1E : EA = 3 : 1$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1F : FB = 1 : 3$ , а на ребре  $B_1C_1$  — точка  $T$  так, что  $B_1T : TC_1 = 1 : 2$ . Известно, что  $AB = 4$ ,  $AD = 3$ ,  $AA_1 = 4$ .

а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $BB_1C_1$ .

15 Решите неравенство  $\sqrt[5]{32^{4x-3}} < \sqrt{16^{\frac{2x+1}{x}}}$ .

- 16 Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна  $CM$  и пересекает катет  $AC$  в точке  $K$ . При этом  $AK : KC = 1 : 2$ .
- а) Докажите, что  $\angle BAC = 30^\circ$ .
- б) Пусть прямые  $MK$  и  $BC$  пересекаются в точке  $P$ , а прямые  $AP$  и  $BK$  — в точке  $Q$ . Найдите  $KQ$ , если  $BC = 3\sqrt{2}$ .

- 17 15 января планируется взять кредит в банке на 5 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + x + 2a^2 + 1)^2 = 8a^2(x^2 + x + 1)$$

имеет ровно один корень.

- 19 Конечная возрастающая последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  состоит из  $n \geq 3$  различных натуральных чисел, причём при всех натуральных  $k \leq n - 2$  выполнено равенство  $5a_{k+2} = 6a_{k+1} - a_k$ .
- а) Приведите пример такой последовательности при  $n = 5$ .
- б) Может ли в такой последовательности при некотором  $n \geq 3$  выполняться равенство  $4a_n = 5a_2 - a_1$ ?
- в) Какое наименьшее значение может принимать  $a_1$ , если  $a_n = 286$ ?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

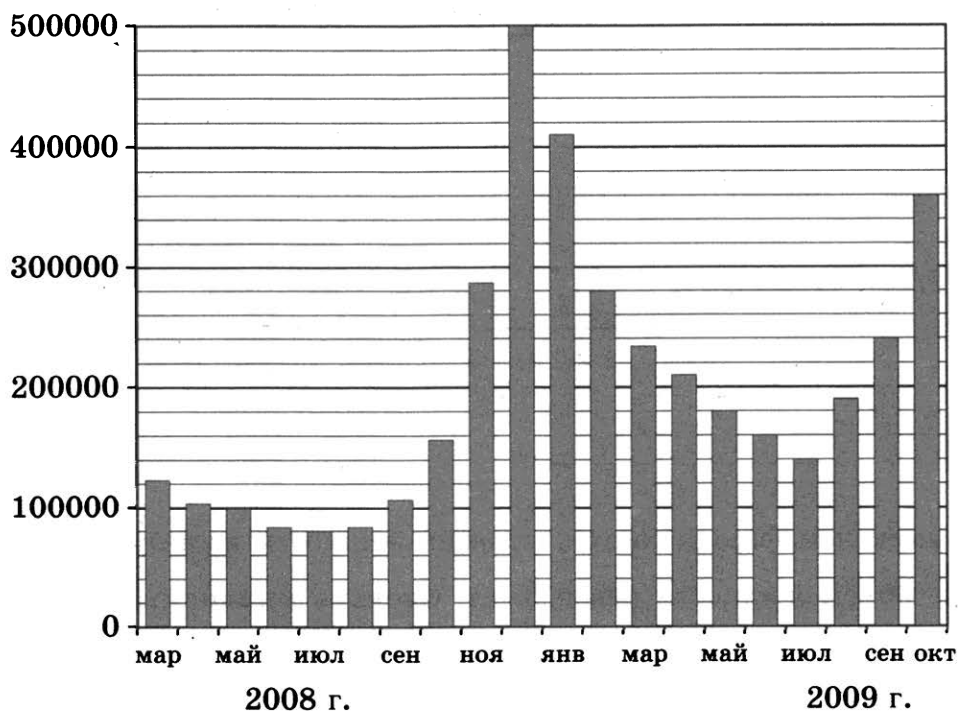
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Диагональ экрана телевизора равна 35 дюймам. Выразите эту величину в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Ответ: \_\_\_\_\_.

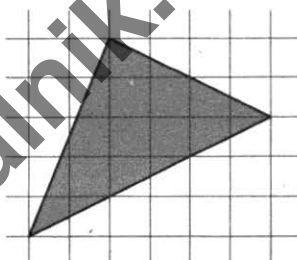
- 2 На диаграмме показано количество запросов со словом СНЕГ, сделанных на поисковом сайте Yandex.ru во все месяцы с марта 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наименьшее месячное количество запросов со словом СНЕГ с января по октябрь 2009 года.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 4 В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 9. Результат округлите до тысячных.

Ответ: \_\_\_\_\_.

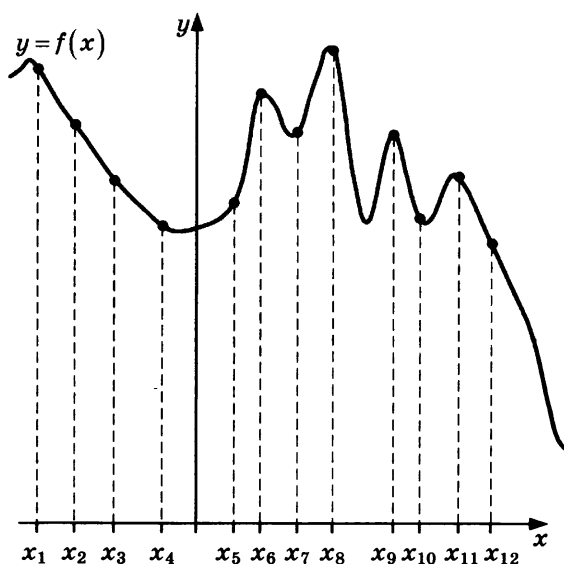
- 5 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{18-3x} = 64^x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 8$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{3}{\sqrt{3}}$ . Найдите  $AC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

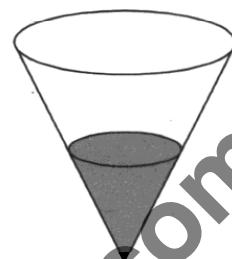
- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и двенадцать точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{4}$  высоты. Объём жидкости равен 5 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $(168^2 - 11^2) : 179$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Наблюдатель, находящийся на высоте  $h$  м над поверхностью земли, видит линию горизонта на расстоянии  $l$  км, которое можно найти по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли.

Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 километра. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На сколько ступенек ему нужно подняться, чтобы он увидел горизонт на расстоянии 8 километров?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Если смешать 54-процентный раствор кислоты и 61-процентный раствор этой же кислоты и добавить 10 кг чистой воды, получится 46-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 56-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 54-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 196}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\cos x = \sqrt{\frac{1 + \sin x}{2}}$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ .

- 14 На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 3 : 2$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1 F : FB = 2 : 3$ , а на ребре  $B_1 C_1$  — точка  $T$  так, что  $B_1 T : TC_1 = 2 : 1$ . Известно, что  $AB = 4$ ,  $AD = 3$ ,  $AA_1 = 5$ .

а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $BB_1 C_1$ .

- 15 Решите неравенство  $\sqrt[3]{8^{5x+3}} < \sqrt{\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{2x+1}{x}}}$ .



- 16** Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна  $CM$  и пересекает катет  $AC$  в точке  $K$ . При этом  $AK : KC = 1 : 2$ .
- а) Докажите, что  $\angle BAC = 30^\circ$ .
- б) Пусть прямые  $MK$  и  $BC$  пересекаются в точке  $P$ , а прямые  $AP$  и  $BK$  — в точке  $Q$ . Найдите  $KQ$ , если  $BC = 4\sqrt{6}$ .

- 17** 15 января планируется взять кредит в банке на 7 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(2x^2 + x + 3a^2 + 5)^2 = 12a^2(2x^2 + x + 5)$$

имеет ровно один корень.

- 19** Конечная возрастающая последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  состоит из  $n \geq 3$  различных натуральных чисел, причём при всех натуральных  $k \leq n - 2$  выполнено равенство  $2a_{k+2} = 3a_{k+1} - a_k$ .

а) Приведите пример такой последовательности при  $n = 6$ .

б) Может ли в такой последовательности при некотором  $n \geq 3$  выполняться равенство  $a_n = 2a_2 - a_1$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать  $a_1$ , если  $a_n = 286$ ?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

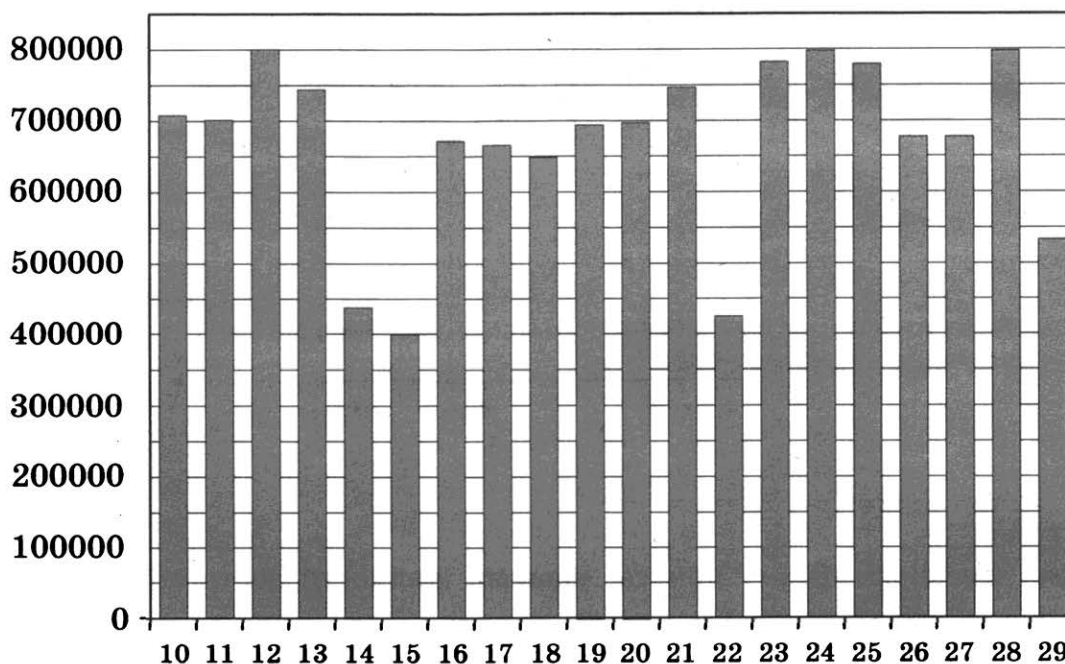
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 37 дюймам. Выразите эту величину в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Ответ: \_\_\_\_\_.

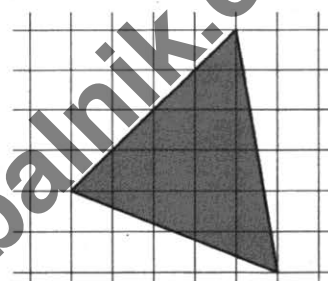
- 2** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, каково наименьшее суточное количество посетителей сайта РИА Новости в период с 16 по 21 ноября.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что одновременно хотя бы на одном кубике выпало число 1 и ни на одном кубике не выпало число 6.

Ответ: \_\_\_\_\_.

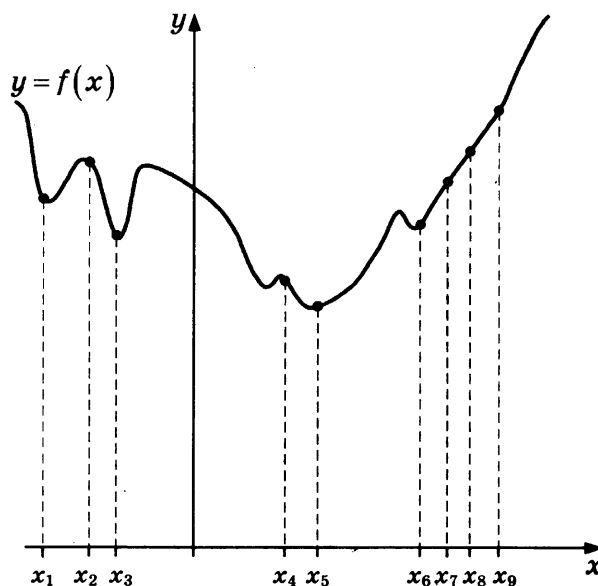
- 5 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} = 9^x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 15$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{3}{4}$ . Найдите  $AC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

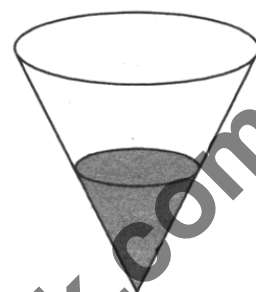
- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и девять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{3}$  высоты. Объем жидкости равен 4 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $(246^2 - 17^2) : 263$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Наблюдатель, находящийся на высоте  $h$  м над поверхностью земли, видит линию горизонта на расстоянии  $l$  км, которое можно найти по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли.

Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 километра. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На сколько ступенек ему нужно подняться, чтобы он увидел горизонт на расстоянии 6,4 километра?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Если смешать 29-процентный раствор кислоты и 33-процентный раствор этой же кислоты и добавить 10 кг чистой воды, получится 19-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 39-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 29-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 121}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\sin x + \sqrt{\frac{3}{2}(1 - \cos x)} = 0$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{13\pi}{2}; -5\pi\right]$ .

- 14 На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCA_1B_1C_1D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1E : EA = 2 : 1$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1F : FB = 1 : 5$ , а на ребре  $B_1C_1$  — точка  $T$  так, что  $B_1T : TC_1 = 1 : 3$ . Известно, что  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 6$ .

а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $BB_1C_1$ .

15] Решите неравенство  $\sqrt[3]{27^{2x-3}} > \sqrt{81^{\frac{6-4x}{x+1}}}$ .

16] Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна  $CM$  и пересекает катет  $AC$  в точке  $K$ . При этом  $AK : KC = 1 : 2$ .

а) Докажите, что  $\angle BAC = 30^\circ$ .

б) Пусть прямые  $MK$  и  $BC$  пересекаются в точке  $P$ , а прямые  $AP$  и  $BK$  — в точке  $Q$ . Найдите  $KQ$ , если  $BC = 8\sqrt{3}$ .

17] 15 января планируется взять кредит в банке на 8 месяцев. Условия его возврата таковы:  
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

18] Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(6x^2 - 6x + a^2 + 6)^2 = 24a^2(x^2 - x + 1)$$

имеет ровно один корень.

19] Конечная возрастающая последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  состоит из  $n \geq 3$  различных натуральных чисел, причём при всех натуральных  $k \leq n - 2$  выполнено равенство  $4a_{k+2} = 5a_{k+1} - a_k$ .

а) Приведите пример такой последовательности при  $n = 5$ .

б) Может ли в такой последовательности при некотором  $n \geq 3$  выполняться равенство  $3a_n = 4a_2 - a_1$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать  $a_1$ , если  $a_n = 283$ ?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

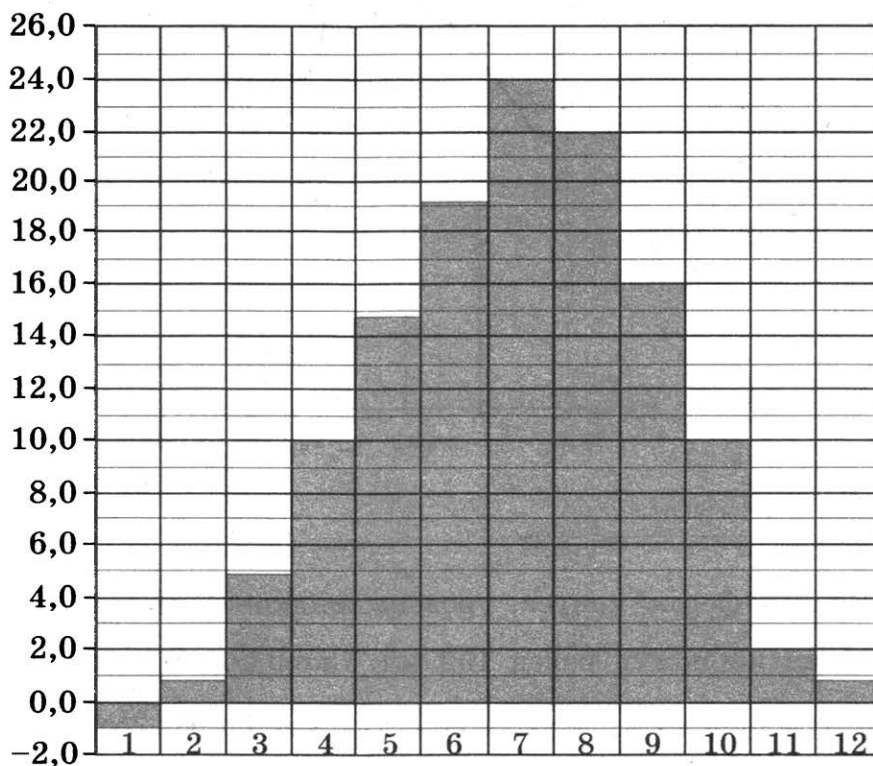
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 31 дюйму. Выразите эту величину в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Ответ: \_\_\_\_\_.

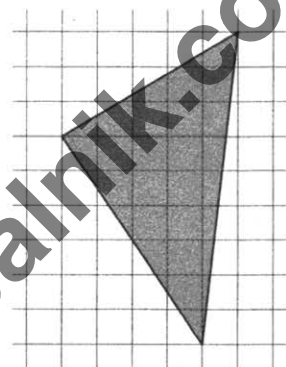
- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру с апреля по октябрь 1988 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков делится на 5, но не делится на 30.

Ответ: \_\_\_\_\_.

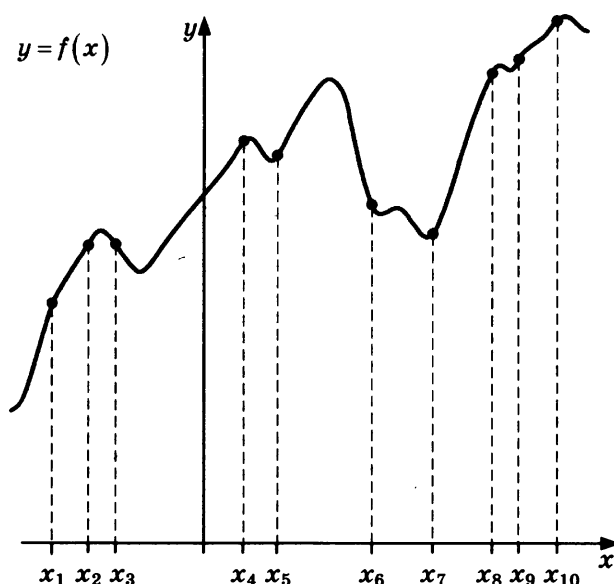
- 5 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{4}\right)^{13-5x} = 16^{3x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 12$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{5}{\sqrt{20}}$ . Найдите  $AC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

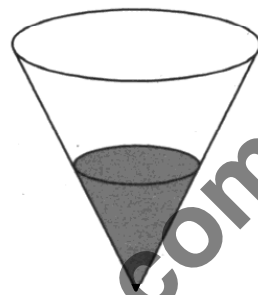
- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и десять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{2}{3}$  высоты. Объем жидкости равен 152 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $(651^2 - 17^2) : 668$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Наблюдатель, находящийся на высоте  $h$  м над поверхностью земли, видит линию горизонта на расстоянии  $l$  км, которое можно найти по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли.

Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 6,4 километра. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На сколько ступенек ему нужно подняться, чтобы он увидел горизонт на расстоянии 11,2 километра?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Если смешать 40-процентный раствор кислоты и 90-процентный раствор этой же кислоты и добавить 10 кг чистой воды, получится 62-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 72-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 40-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 625}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\sin x = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

- 14 На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 4 : 3$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1 F : FB = 2 : 5$ , а на ребре — точка  $T$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 7$ .

а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $BB_1 C_1$ .



15] Решите неравенство  $\sqrt[6]{64^{3x-1}} > \sqrt{\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1-3x}{x-1}}}$ .

- 16] Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна  $CM$  и пересекает катет  $AC$  в точке  $K$ . При этом  $AK : KC = 1 : 2$ .  
 а) Докажите, что  $\angle BAC = 30^\circ$ .  
 б) Пусть прямые  $MK$  и  $BC$  пересекаются в точке  $P$ , а прямые  $AP$  и  $BK$  — в точке  $Q$ . Найдите  $KQ$ , если  $BC = 6\sqrt{7}$ .

- 17] 15 января планируется взять кредит в банке на 8 месяцев. Условия его возврата таковы:  
 — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;  
 — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
 — 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.  
 Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

- 18] Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(3x^2 - 3x + a^2 + 9)^2 = 12a^2(x^2 - x + 3)$$

имеет ровно один корень.

- 19] Конечная возрастающая последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  состоит из  $n \geq 3$  различных натуральных чисел, причём при всех натуральных  $k \leq n - 2$  выполнено равенство  $6a_{k+2} = 7a_{k+1} - a_k$ .  
 а) Приведите пример такой последовательности при  $n = 5$ .  
 б) Может ли в такой последовательности при некотором  $n \geq 3$  выполняться равенство  $5a_n = 6a_2 - a_1$ ?  
 в) Какое наименьшее значение может принимать  $a_1$ , если  $a_n = 404$ ?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

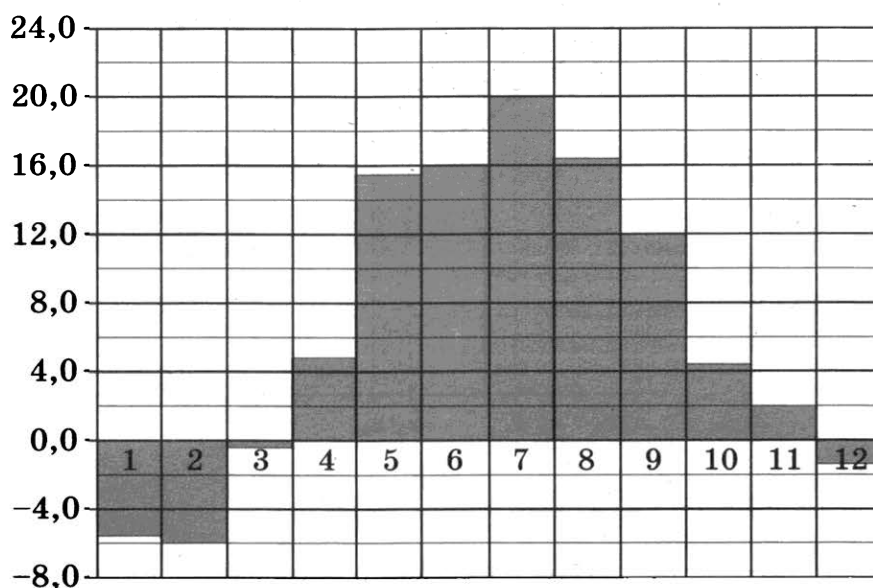
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 57 дюймам. Выразите эту величину в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

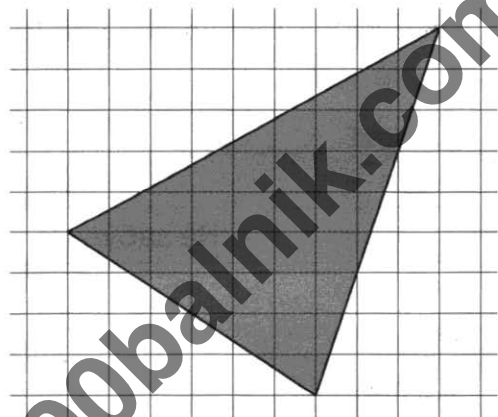
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в период с апреля по ноябрь 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Результат округлите до тысячных.

Ответ: \_\_\_\_\_.

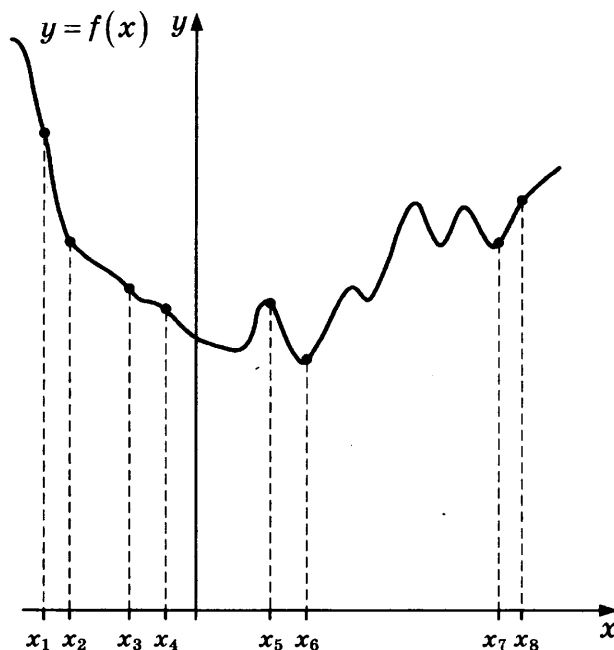
- 5 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{6}\right)^{15-x} = 36^x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 14$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{20}{3\sqrt{10}}$ . Найдите  $AC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

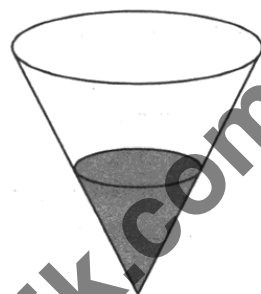
- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{2}{3}$  высоты. Объем жидкости равен 192 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $(573^2 - 11^2) : 584$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Наблюдатель, находящийся на высоте  $h$  м над поверхностью земли, видит линию горизонта на расстоянии  $l$  км, которое можно найти по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли.

Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 километра. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На сколько ступенек ему нужно подняться, чтобы он увидел горизонт на расстоянии 9,6 километра?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Если смешать 14-процентный раствор кислоты и 98-процентный раствор этой же кислоты и добавить 10 кг чистой воды, получится 70-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 74-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 14-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 289}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\sin x + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} \cdot (\cos x + 1) = 0$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .

- 14 На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 4 : 1$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1 F : FB = 3 : 2$ , а на ребре  $B_1 C_1$  — точка  $T$  так, что  $B_1 T : TC_1 = 3 : 1$ . Известно, что  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 5$ .

а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $BB_1 C_1$ .

- 15 Решите неравенство  $\sqrt[4]{625^{\frac{4-2x}{x-1}}} > \sqrt[3]{125^{2x+1}}$ .

- 16** Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна  $CM$  и пересекает катет  $AC$  в точке  $K$ . При этом  $AK : KC = 1 : 2$ .
- а) Докажите, что  $\angle BAC = 30^\circ$ .
- б) Пусть прямые  $MK$  и  $BC$  пересекаются в точке  $P$ , а прямые  $AP$  и  $BK$  — в точке  $Q$ . Найдите  $KQ$ , если  $BC = 3\sqrt{14}$ .

- 17** 15 января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(2x^2 - 2x + 3a^2 + 2)^2 = 24a^2(x^2 - x + 1)$$

имеет ровно один корень.

- 19** Конечная возрастающая последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  состоит из  $n \geq 3$  различных натуральных чисел, причём при всех натуральных  $k \leq n - 2$  выполнено равенство  $7a_{k+2} = 8a_{k+1} - a_k$ .
- а) Приведите пример такой последовательности при  $n = 5$ .
- б) Может ли в такой последовательности при некотором  $n \geq 3$  выполняться равенство  $6a_n = 7a_2 - a_1$ ?
- в) Какое наименьшее значение может принимать  $a_1$ , если  $a_n = 190$ ?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

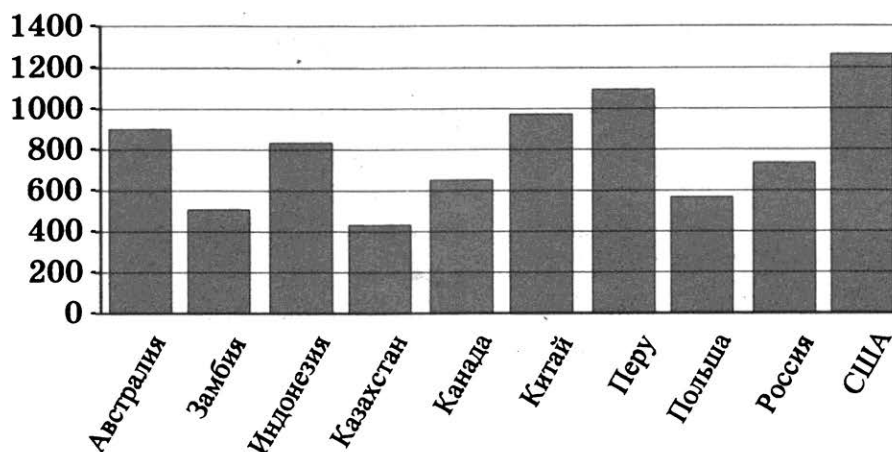
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Показания счётчика электроэнергии 1 августа составляли 43 364 кВт · ч, а 1 сентября — 43 544 кВт · ч. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за август, если 1 кВт · ч электроэнергии стоит 1 рубль 50 копеек? Ответ дайте в рублях.

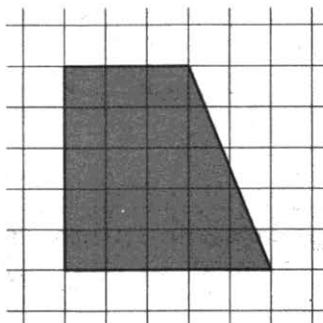
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Замбия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

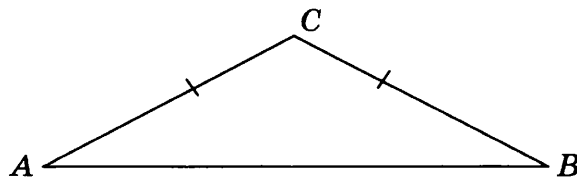
- 4 Девять детей встают в хорювод в случайном порядке. Среди них Серёжа и его сестра Маша. Какова вероятность того, что Серёжа и Маша окажутся рядом?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_2 (15 + x) = \log_2 3$ .

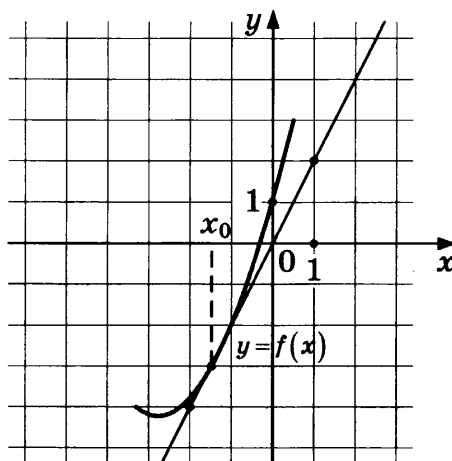
Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $118^\circ$ , стороны  $AC$  и  $BC$  равны. Найдите угол  $A$ . Ответ дайте в градусах.



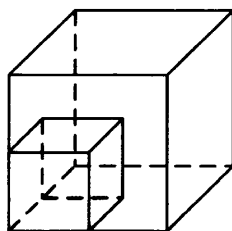
Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 8 Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если все его рёбра увеличить в 4 раза?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

9 Найдите значение выражения  $2\sqrt{3}\operatorname{tg}(-300^\circ)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб. за ед.) задаётся формулой  $q = 70 - 5p$ . Выручка предприятия  $r$  (в тыс. руб. за месяц) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб. за ед.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Семь одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов десять таких же рубашек дороже куртки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите точку минимума функции  $y = (10 - x)e^{10-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение  $\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{18}{(x-2)^2} = 7\left(\frac{x-2}{2} - \frac{3}{x-2}\right) + 10$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[-2; 2]$ .

14 В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона  $AB$  основания равна 5, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $\sqrt{5}$ . На рёбрах  $BC$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $CK = 2$ , а  $C_1 L = 1$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $BD$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

а) Докажите, что прямая  $A_1 C$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка  $A_1$ , а основание — сечение данной призмы плоскостью  $\gamma$ .

15 Решите неравенство  $\log_{\sqrt[4]{25}} \left( \log_{\frac{1}{2}} (x+2) \right) \geq 2$ .



- 16** В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$ . Диагональ  $AC$  разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $AB$ .
- а) Докажите, что луч  $DB$  — биссектриса угла  $ADC$ .
- б) Найдите  $AB$ , если известны длины диагоналей трапеции:  $BD = 8$  и  $AC = 5$ .

- 17** 31 декабря 2016 года Василий взял в банке 5 460 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Василий переводит в банк  $x$  рублей. Каким должно быть число  $x$ , чтобы Василий выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x + y + 2z = 4x^2 + y^2 \\ 2x + y + 3z = a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 19** На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 3.
- а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 8, если сначала по одному разу были написаны числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 и 11?
- б) Может ли на доске остаться ровно два числа, разность которых равна 54, если сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 200 до 299 включительно?
- в) Известно, что на доске осталось ровно два числа, а сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 200 до 299 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

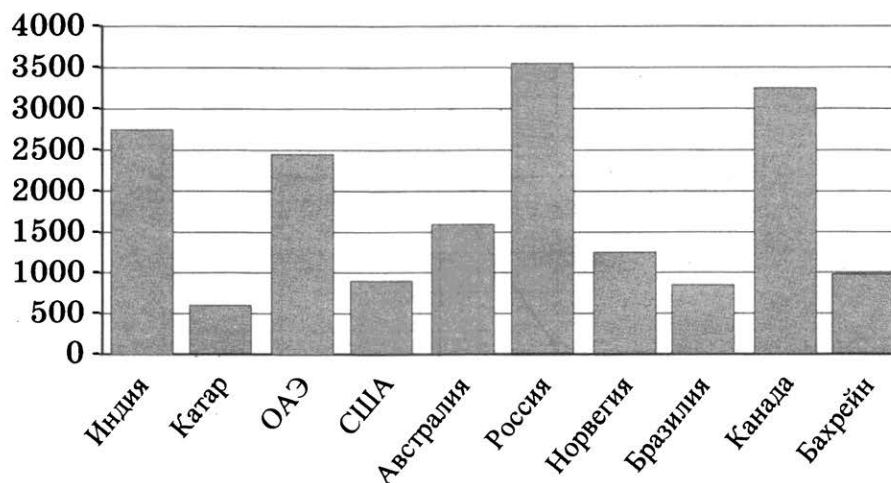
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Показания счётчика электроэнергии 1 марта составляли 46 987 кВт · ч, а 1 апреля — 47 157 кВт · ч. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за март, если 1 кВт · ч электроэнергии стоит 2 рубля 50 копеек? Ответ дайте в рублях.

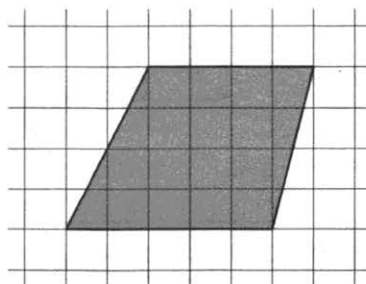
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2016 год. Среди представленных стран первое место по выплавке алюминия занимала Россия, десятое место занимал Катар. Какое место занимала Норвегия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Одиннадцать детей встают в хоровод в случайном порядке. Среди них Антон и его сестра Маша. Какова вероятность того, что Антон и Маша окажутся рядом?

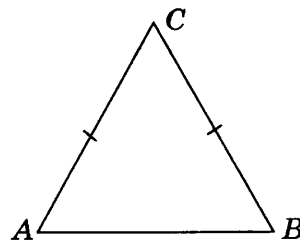
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_7 (9 + x) = \log_7 2$ .

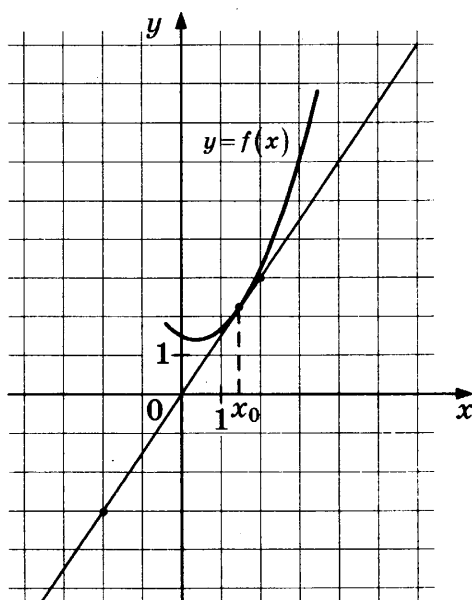
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $66^\circ$ , стороны  $AC$  и  $BC$  равны. Найдите угол  $A$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

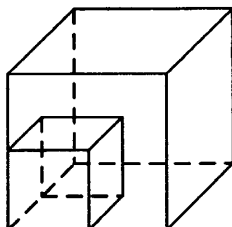


- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если все его рёбра увеличить в 7 раз?



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $-32\sqrt{3}\operatorname{tg}(-600^\circ)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб. за ед.) задаётся формулой  $q = 110 - 5p$ . Выручка предприятия  $r$  (в тыс. руб. за месяц) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 600 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб. за ед.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Девять одинаковых рубашек дешевле куртки на 7%. На сколько процентов двенадцать таких же рубашек дороже куртки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = (25 - x)e^{25 - x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\frac{(x+3)^2}{5} + \frac{20}{(x+3)^2} = 8\left(\frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3}\right) + 1$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[-6; -4]$ .

- 14 В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона  $AB$  основания равна 4, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $2\sqrt{2}$ . На рёбрах  $BC$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $CK = 3$ , а  $C_1 L = 1$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $BD$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

а) Докажите, что прямая  $A_1 C$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка  $A_1$ , а основание — сечение данной призмы плоскостью  $\gamma$ .

- 15 Решите неравенство  $\log_{\sqrt[4]{4}}\left(\log_{\frac{1}{5}}(x+3)\right) \geq 3$ .

**16** В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$ . Диагональ  $AC$  разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $AB$ .

а) Докажите, что луч  $DB$  — биссектриса угла  $ADC$ .

б) Найдите  $AB$ , если известны длины диагоналей трапеции:  $BD = 12$  и  $AC = 7,5$ .

**17** 31 декабря 2016 года Виктор взял в банке 3 972 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Виктор переводит в банк  $x$  рублей. Каким должно быть число  $x$ , чтобы Виктор выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 2x^2 + y^2 \\ -x + y + 3z = a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**19** На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 3.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 11, если сначала по одному разу были написаны числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 и 11?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, разность которых равна 24, если сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 100 до 151 включительно?

в) Известно, что на доске осталось ровно два числа, а сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 100 до 151 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

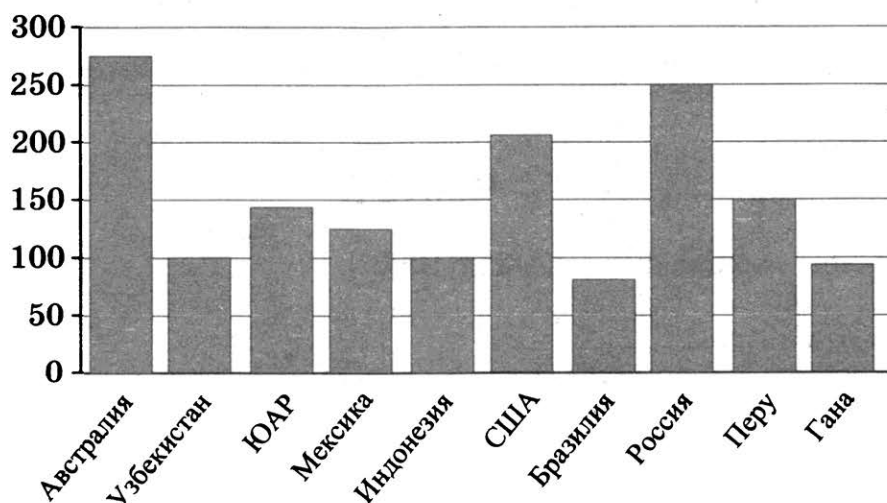
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Показания счётчика электроэнергии 1 сентября составляли 54 209 кВт · ч, а 1 октября — 54 399 кВт · ч. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за сентябрь, если 1 кВт · ч электроэнергии стоит 1 рубль 10 копеек? Ответ дайте в рублях.

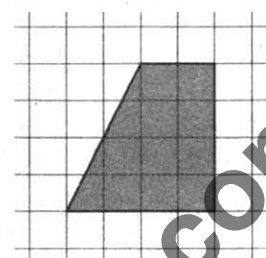
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки золота в 10 странах мира (в тоннах) за 2016 год. Среди представленных стран первое место по выплавке золота занимала Австралия, десятое место — Бразилия. Какое место занимала ЮАР?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

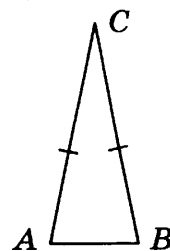
- 4** Девять детей встают в хоровод в случайном порядке. Среди них Дима и его сестра Катя. Какова вероятность того, что Дима и Катя не окажутся рядом?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Найдите корень уравнения  $\log_5(1 + x) = \log_5 4$ .

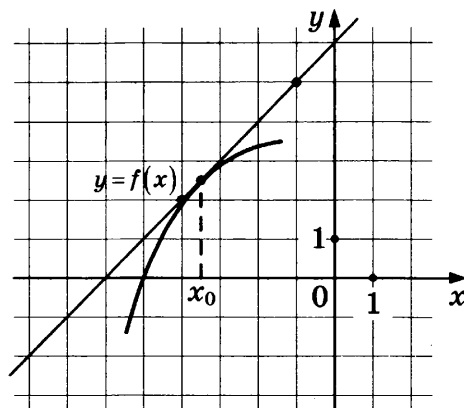
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $20^\circ$ , стороны  $AC$  и  $BC$  равны. Найдите угол  $A$ . Ответ дайте в градусах.



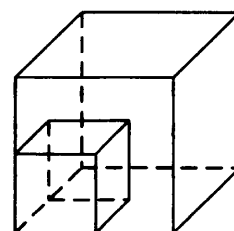
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если все его рёбра увеличить в 11 раз?



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $-17\sqrt{3}\operatorname{tg}(1050^\circ)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб. за ед.) задаётся формулой  $q = 75 - 5p$ . Выручка предприятия  $r$  (в тыс. руб. за месяц) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 270 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб. за ед.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Десять одинаковых рубашек дешевле куртки на 4%. На сколько процентов пятнадцать таких же рубашек дороже куртки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = (16 - x)e^{16 - x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение  $\frac{(x-1)^2}{8} + \frac{8}{(x-1)^2} = 7\left(\frac{x-1}{4} - \frac{2}{x-1}\right) - 1$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[-2; 3]$ .

14 В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона  $AB$  основания равна 6, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $3\sqrt{2}$ . На рёбрах  $BC$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $CK = 4$ , а  $C_1 L = 1$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $BD$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

а) Докажите, что прямая  $A_1 C$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка  $A_1$ , а основание — сечение данной призмы плоскостью  $\gamma$ .

15 Решите неравенство  $\log_{\sqrt[8]{8}} \left( \log_{\frac{1}{7}} (x+1) \right) \geq 3$ .

16 В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$ . Диагональ  $AC$  разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $AB$ .

а) Докажите, что луч  $DB$  — биссектриса угла  $ADC$ .

б) Найдите  $AB$ , если известны длины диагоналей трапеции:  $BD = 15$  и  $AC = 8,5$ .

17 31 декабря 2016 года Александр взял в банке 3 276 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Александр переводит в банк  $x$  рублей. Каким должно быть число  $x$ , чтобы Александр выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} -x - 3y + 2z = x^2 + 3y^2 \\ x - 3y - 4z = a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 3.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 13, если сначала по одному разу были написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, разность которых равна 21, если сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 140 до 191 включительно?

в) Известно, что на доске осталось ровно два числа, а сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 140 до 191 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



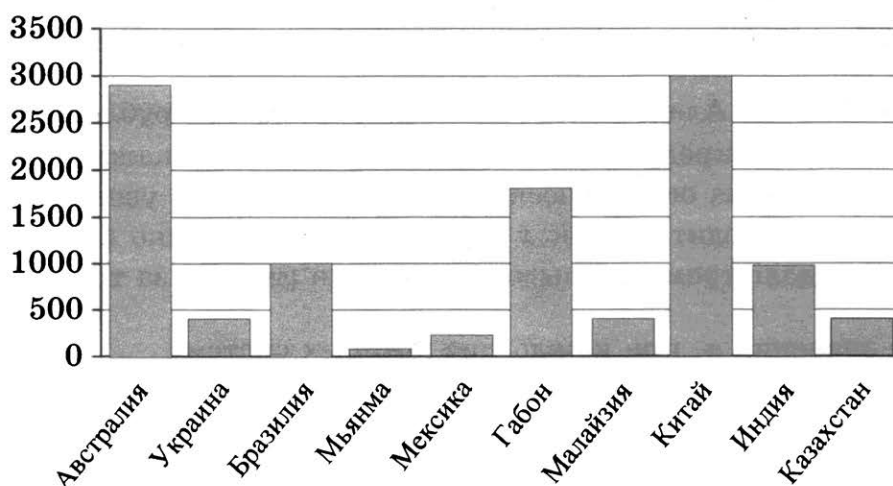
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Показания счётчика электроэнергии 1 июля составляли 88 219 кВт · ч, а 1 августа — 88 369 кВт · ч. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за июль, если 1 кВт · ч электроэнергии стоит 3 рубля 50 копеек? Ответ дайте в рублях.

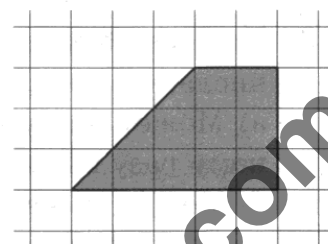
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На диаграмме показано распределение добычи марганцевой руды в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2015 год. Среди представленных стран первое место по добыче марганцевой руды занимал Китай, десятое место — Мьянма. Какое место занимал Габон?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Одиннадцать детей встают в хоровод в случайном порядке. Среди них Максим и его сестра Вика. Какова вероятность того, что Максим и Вика не окажутся рядом?

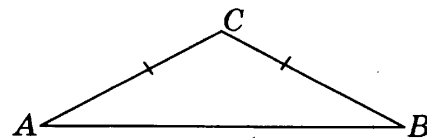
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_2(16 + x) = \log_2 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

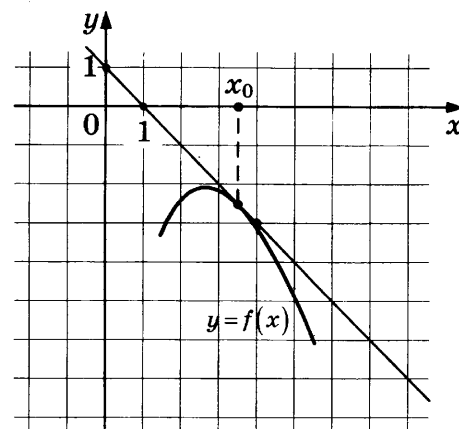
- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $146^\circ$ , стороны  $AC$  и  $BC$  равны. Найдите угол  $A$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



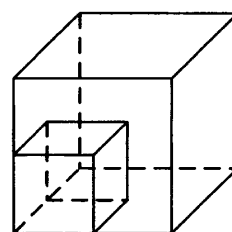
- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 8 Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если все его рёбра увеличить в 15 раз?

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $-29\sqrt{3}\operatorname{tg}(-60^\circ)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб. за ед.) задаётся формулой  $q = 95 - 5p$ . Выручка предприятия  $r$  (в тыс. руб. за месяц) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 440 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб. за ед.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Восемь одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов двенадцать таких же рубашек дороже куртки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = (14 - x)e^{14 - x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение  $2\left(\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{25}{(x-2)^2}\right) = \frac{x-2}{2} - \frac{5}{x-2} + 16$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[3; 8]$ .

14 В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона  $AB$  основания равна 6, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $\sqrt{6}$ . На рёбрах  $BC$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $CK = 3$ , а  $C_1 L = 2$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $BD$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

а) Докажите, что прямая  $A_1 C$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка  $A_1$ , а основание — сечение данной призмы плоскостью  $\gamma$ .

15 Решите неравенство  $\log_{\sqrt[4]{36}}\left(\log_{\frac{1}{2}}(x+1)\right) \geq 2$ .

16 В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$ . Диагональ  $AC$  разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $AB$ .

а) Докажите, что луч  $DB$  — биссектриса угла  $ADC$ .

б) Найдите  $AB$ , если известны длины диагоналей трапеции:  $BD = 24$  и  $AC = 12,5$ .

17 31 декабря 2016 года Сергей взял в банке 2 648 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк  $x$  рублей. Каким должно быть число  $x$ , чтобы Сергей выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 2x - 3y + 2z = x^2 + 2y^2 \\ -2x + y + 3z = a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 5.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 20, если сначала по одному разу были написаны числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 и 13?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, разность которых равна 45, если сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 103 до 208 включительно?

в) Известно, что на доске осталось ровно два числа, а сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 103 до 208 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

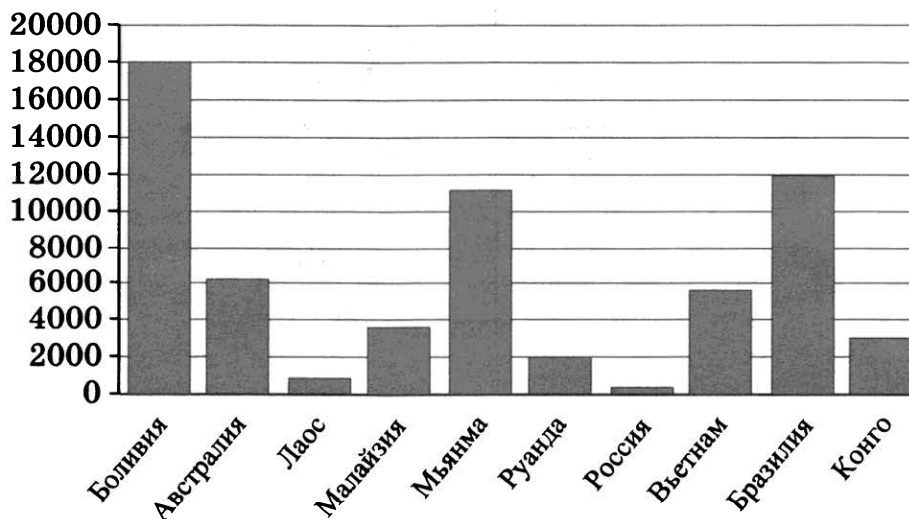
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Показания счётчика электроэнергии 1 января составляли 14 836 кВт · ч, а 1 февраля — 15 036 кВт · ч. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за январь, если 1 кВт · ч электроэнергии стоит 4 рубля 50 копеек? Ответ дайте в рублях.

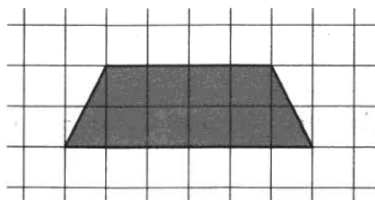
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки олова в 10 странах мира (в тоннах) за 2016 год. Среди представленных стран первое место по выплавке олова занимала Боливия, десятое место — Россия. Какое место занимала Руанда?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Семнадцать детей встают в хоровод в случайном порядке. Среди них Серёжа и его сестра Таня. Какова вероятность того, что Серёжа и Таня окажутся рядом?

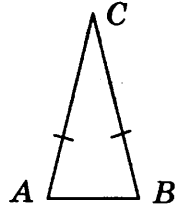
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_2 (12 + x) = \log_2 11$ .

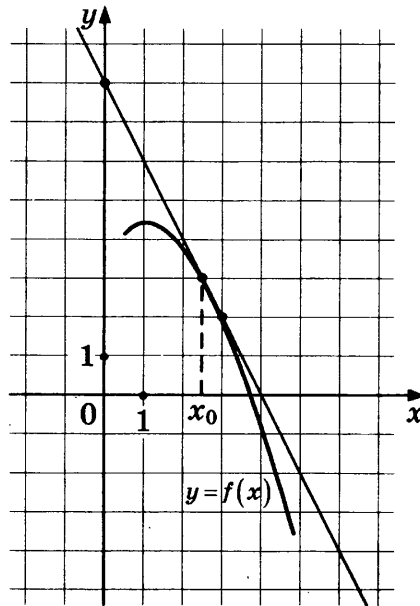
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $26^\circ$ , стороны  $AC$  и  $BC$  равны. Найдите угол  $A$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

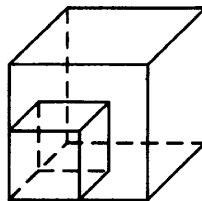


- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если все его рёбра увеличить в 17 раз?



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $13\sqrt{3}\operatorname{tg}(-930^\circ)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб. за ед.) задаётся формулой  $q = 180 - 10p$ . Выручка предприятия  $r$  (в тыс. руб. за месяц) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 450 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб. за ед.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Одиннадцать одинаковых рубашек дешевле куртки на 1%. На сколько процентов четырнадцать таких же рубашек дороже куртки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = (18 - x)e^{18-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\frac{9}{(x+1)^2} + \frac{(x+1)^2}{16} = 3 \cdot \left( \frac{3}{x+1} - \frac{x+1}{4} \right) - \frac{1}{2}$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[0; 2]$ .

- 14 В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона  $AB$  основания равна 8, а боковое ребро  $AA_1$  равно 4. На рёбрах  $BC$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $CK = 5$ , а  $C_1 L = 3$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $BD$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

а) Докажите, что прямая  $A_1 C$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка  $A_1$ , а основание — сечение данной призмы плоскостью  $\gamma$ .

- 15 Решите неравенство  $\log_{\sqrt[8]{16}} \left( \log_{\frac{1}{4}} (x+2) \right) \geq 2$ .

- 16** В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$ . Диагональ  $AC$  разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $AB$ .  
а) Докажите, что луч  $DB$  — биссектриса угла  $ADC$ .  
б) Найдите  $AB$ , если известны длины диагоналей трапеции:  $BD = 16$  и  $AC = 10$ .

- 17** 31 декабря 2016 года Алексей взял в банке 2 184 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Алексей переводит в банк  $x$  рублей. Каким должно быть число  $x$ , чтобы Алексей выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x + y + z = 2x^2 + 3y^2 \\ -x + 2y + 3z = a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 19** На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 5.  
а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 24, если сначала по одному разу были написаны числа 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 и 14?  
б) Может ли на доске остаться ровно два числа, разность которых равна 45, если сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 53 до 158 включительно?  
в) Известно, что на доске осталось ровно два числа, а сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 53 до 158 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

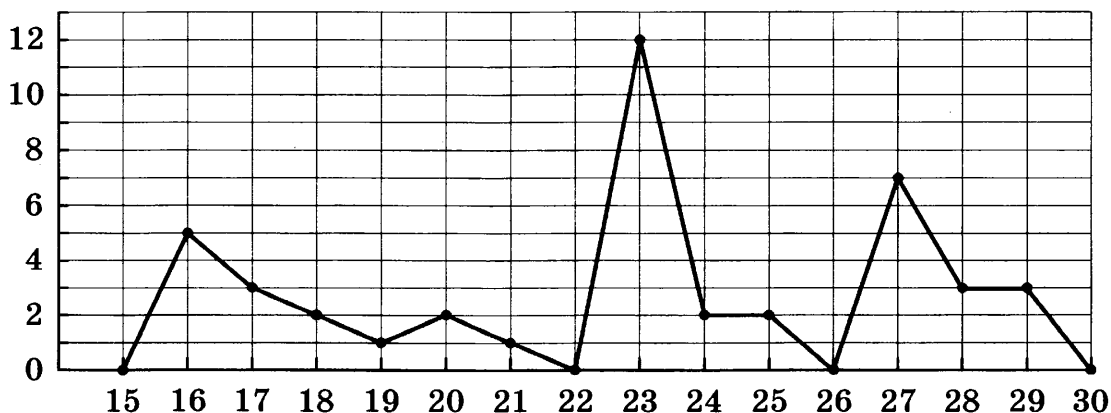
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1 Задачу № 1 правильно решили 19 125 человек, что составляет 51% от выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

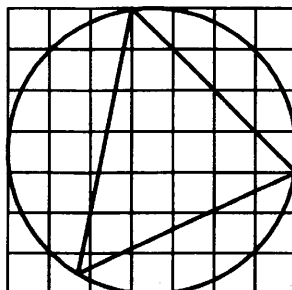
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Магадане с 15 по 30 июня 2019 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшее суточное количество осадков, выпавшее в Магадане в период с 24 по 30 июня. Ответ дайте в миллиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.



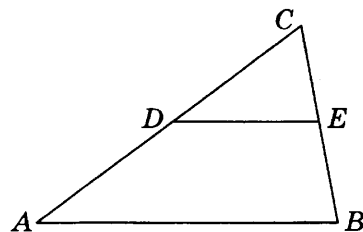
- 4 Монету бросают 10 раз. Во сколько раз событие «орёл выпадет ровно пять раз» более вероятно, чем событие «орёл выпадет ровно семь раз»?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $2^{\log_4(9x+9)} = 6$ .

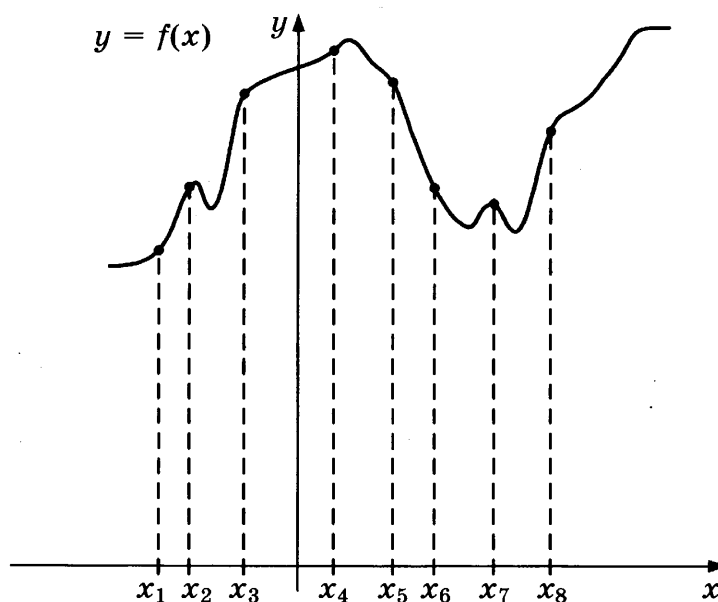
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Площадь треугольника  $ABC$  равна 40,  $DE$  — средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь трапеции  $ABED$ .



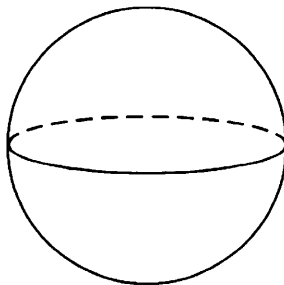
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, \dots, x_8$ . Сколько из этих точек удовлетворяют неравенству  $f'(x) > 0$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Площадь поверхности шара равна 16. Найдите площадь сечения этого шара плоскостью, проходящей через центр шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $5 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре равна  $C = 2 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 6 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 10$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 0,7$  — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 16,8 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Автомобиль выехал с постоянной скоростью 63 км/ч из города А в город В, расстояние между которыми равно 168 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 174 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 15 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = 2^{x^2 - 16x + 67}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $(4^x - 5)^2 + 2 \cdot 4^x = 9|4^x - 5|$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[0; 1]$ .

- 14 Основанием правильной треугольной пирамиды  $МABC$  служит треугольник  $ABC$  со стороной  $2\sqrt{3}$ . Ребро  $МА$  перпендикулярно грани  $МBC$ . Через вершину пирамиды  $М$  и середины рёбер  $AC$  и  $BC$  проведена плоскость  $\alpha$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью  $\alpha$  является равносторонним треугольником.

б) Найдите расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $\alpha$ .

15 Решите неравенство  $\frac{1}{\log_{(x-3)} \frac{x}{10}} \geq -1$ .

16 Окружность с центром  $O$ , вписанная в прямоугольный треугольник  $ABC$ , касается гипотенузы  $AB$  в точке  $M$ , а катета  $AC$  — в точке  $N$ ,  $AC < BC$ . Прямые  $MN$  и  $CO$  пересекаются в точке  $K$ .

а) Докажите, что угол  $CKN$  в два раза меньше угла  $ABC$ .

б) Найдите  $BK$ , если  $BC = 5\sqrt{2}$ .

17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 17% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 9% в первый год и на целое число  $n$  процентов за второй год. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором за два года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\cos \sqrt{2\pi ax - 4x^2} + \cos 2\sqrt{2\pi ax - 4x^2} = 0$$

имеет ровно два решения.

19 У Вити нет источника воды, но есть три ведра различных объёмов, в двух из которых есть вода. За один шаг Витя переливает воду из ведра, в котором она есть, в другое ведро. Переливание заканчивается в тот момент, когда или первое ведро опустеет, или второе ведро заполнится. Выливать воду из вёдер запрещается.

а) Мог ли Витя через несколько шагов получить в одном из вёдер ровно 5 литров воды, если сначала у него были вёдра объёмами 3 литра и 6 литров, полные воды, а также пустое ведро объёмом 7 литров?

б) Мог ли Витя через несколько шагов получить равные объёмы воды во всех вёдрах, если сначала у него были вёдра объёмами 6 литров и 9 литров, полные воды, а также пустое ведро объёмом 7 литров?

в) Сначала у Вити были вёдра объёмами 2 литра и 4 литра, полные воды, а также пустое ведро объёмом  $n$  литров. Какое наибольшее натуральное значение может принимать  $n$ , если известно, что Витя сможет получить через несколько шагов ровно 3 литра воды в одном из вёдер?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

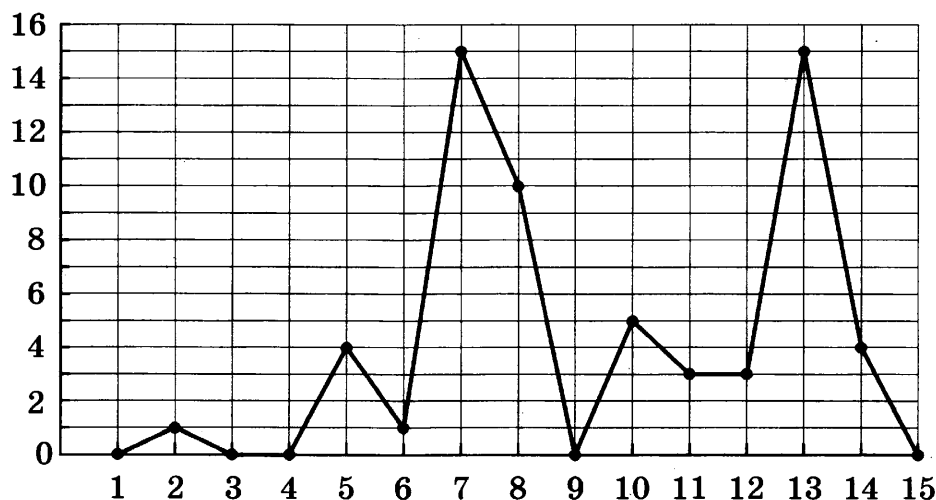
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Задачу № 1 правильно решили 17 955 человек, что составляет 63% от выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

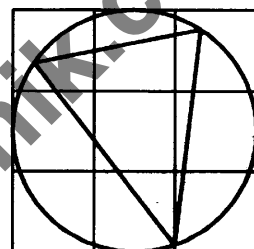
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Калининграде с 1 по 15 июня 2019 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшее суточное количество осадков, выпавшее в Калининграде в период с 1 по 15 июня. Ответ дайте в миллиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

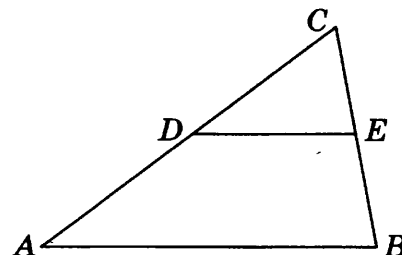
- 4 Монету бросают 8 раз. Во сколько раз событие «орёл выпадет ровно шесть раз» более вероятно, чем событие «орёл выпадет ровно один раз»?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $3^{\log_{81}(8x+8)} = 4$ .

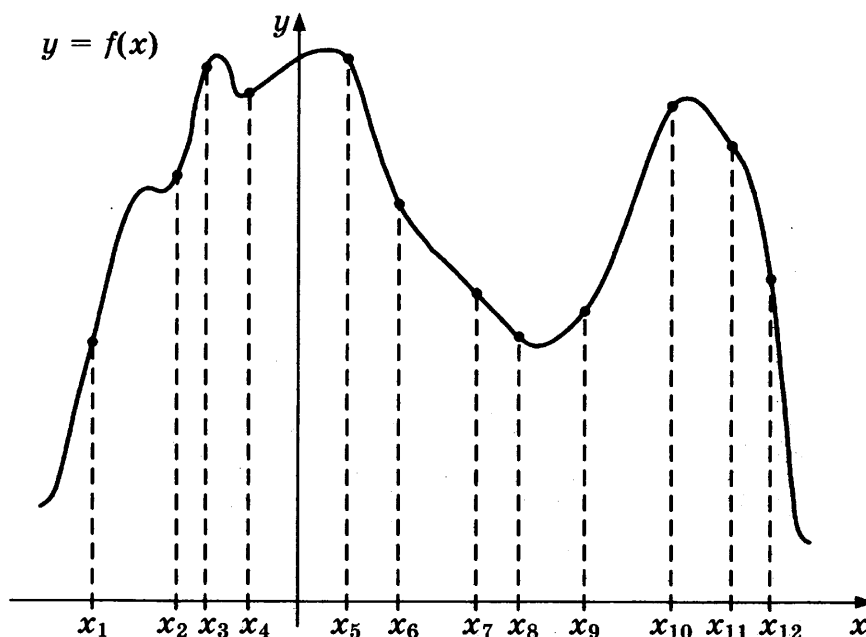
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Площадь треугольника  $ABC$  равна 36,  $DE$  — средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь трапеции  $ABED$ .



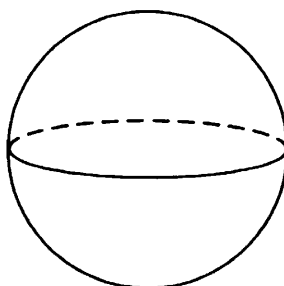
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и двенадцать точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, \dots, x_{12}$ . Сколько из этих точек удовлетворяют неравенству  $f'(x) > 0$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Площадь поверхности шара равна 80. Найдите площадь сечения этого шара плоскостью, проходящей через центр шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $4\sqrt{2} \sin \frac{7\pi}{8} \cdot \cos \frac{7\pi}{8}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре равна  $C = 5 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 5 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 16$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 0,7$  — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 35 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Автомобиль выехал с постоянной скоростью 86 км/ч из города А в город В, расстояние между которыми равно 344 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 300 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 40 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = 4^{x^2 - 14x + 50}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $(3^x - 6)^2 - 16|3^x - 6| = 15 - 2 \cdot 3^{x+1}$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[1; 2]$ .

- 14 Основанием правильной треугольной пирамиды  $MAVC$  служит треугольник  $ABC$  со стороной 6. Ребро  $MA$  перпендикулярно грани  $MBC$ . Через вершину пирамиды  $M$  и середины рёбер  $AC$  и  $BC$  проведена плоскость  $\alpha$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью  $\alpha$  является равносторонним треугольником.

б) Найдите расстояние от вершины  $C$  до плоскости  $\alpha$ .

15 Решите неравенство  $\frac{1}{\log_{(x-1)} \frac{x}{6}} \geq -1$ .

16 Окружность с центром  $O$ , вписанная в прямоугольный треугольник  $ABC$ , касается гипотенузы  $AB$  в точке  $M$ , а катета  $AC$  — в точке  $N$ ,  $AC < BC$ . Прямые  $MN$  и  $CO$  пересекаются в точке  $K$ .

а) Докажите, что угол  $CKN$  в два раза меньше угла  $ABC$ .

б) Найдите  $BK$ , если  $BC = 3\sqrt{2}$ .

17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 14% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 8% в первый год и на целое число  $n$  процентов за второй год. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором за два года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sin \sqrt{ax - x^2 - \pi^2} + \cos 2\sqrt{ax - x^2 - \pi^2} = 0$$

имеет ровно два решения.

19 У Бори нет источника воды, но есть три ведра различных объёмов, в двух из которых есть вода. За один шаг Боря переливает воду из ведра, в котором она есть, в другое ведро. Переливание заканчивается в тот момент, когда или первое ведро опустеет, или второе ведро заполнится. Выливать воду из вёдер запрещается.

а) Мог ли Боря через несколько шагов получить в одном из вёдер ровно 2 литра воды, если сначала у него были вёдра объёмами 4 литра и 7 литров, полные воды, а также пустое ведро объёмом 8 литров?

б) Мог ли Боря через несколько шагов получить равные объёмы воды во всех вёдрах, если сначала у него были вёдра объёмами 5 литров и 7 литров, полные воды, а также пустое ведро объёмом 10 литров?

в) Сначала у Бори были вёдра объёмами 3 литра и 6 литров полные воды, а также пустое ведро объёмом  $n$  литров. Какое наибольшее натуральное значение может принимать  $n$ , если известно, что Боря сможет получить через несколько шагов ровно 4 литра воды в одном из вёдер?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

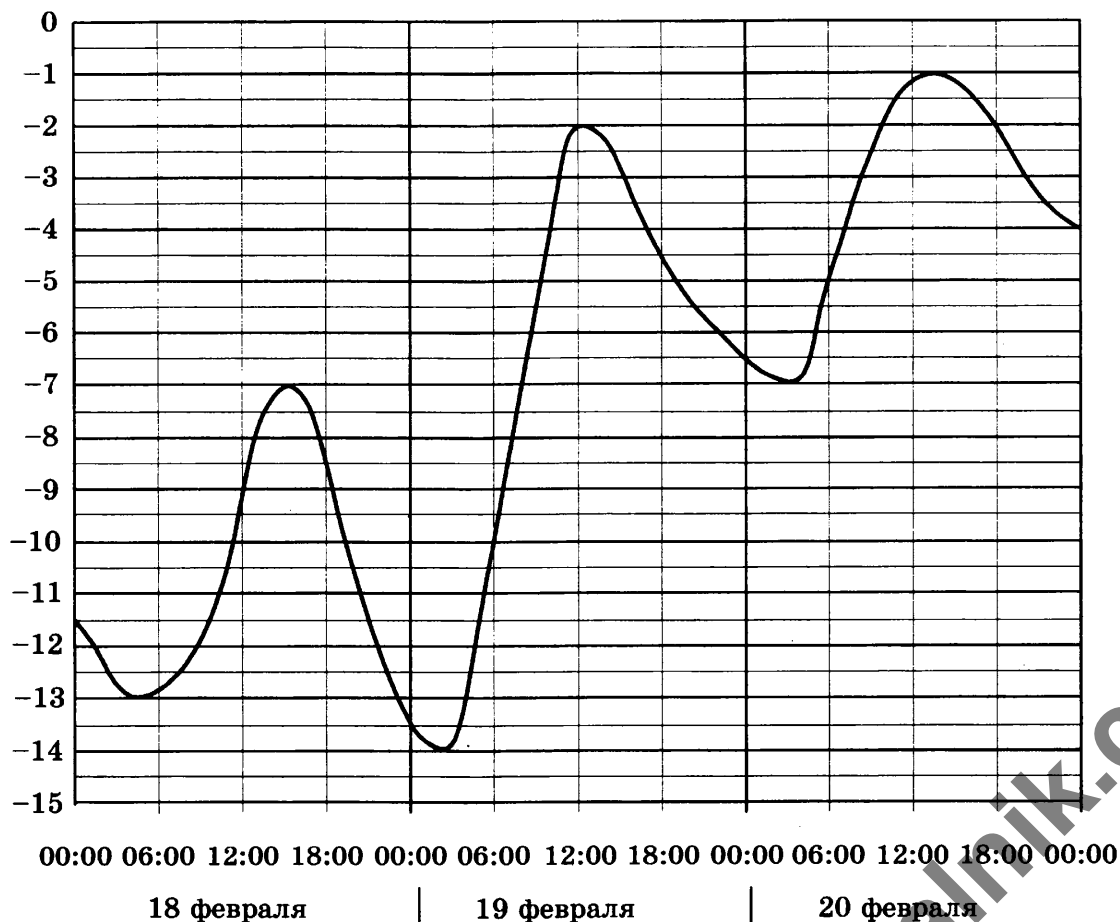
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Розничная цена учебника 115 рублей, она на 15% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 5000 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_.

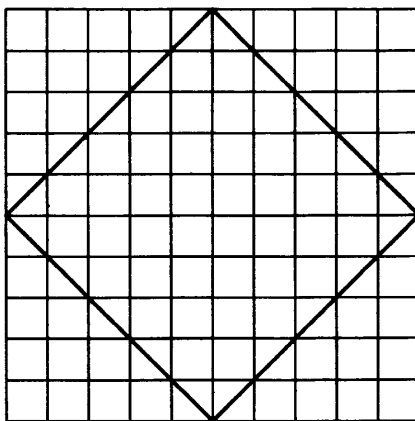
- 2 На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 18 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён квадрат. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

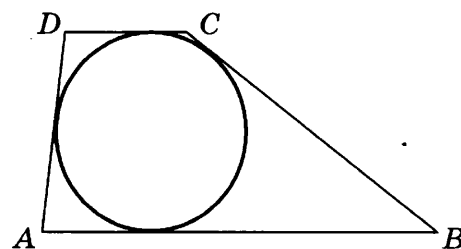
- 4 На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 75% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_3(15 - 5x) = 3\log_3 5$ .

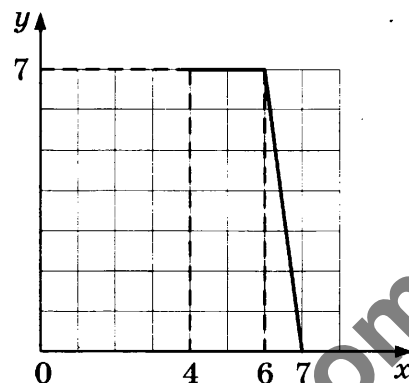
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 12 и 2. Найдите среднюю линию трапеции.



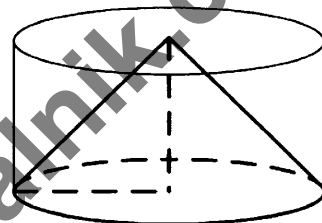
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите  $F(7) - F(4)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна  $41\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $(\sqrt{72} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 2$  моль воздуха при давлении  $p_1 = 1$  атмосфера, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 18,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная,  $T = 300 \text{ К}$  — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атмосферах) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 21 960 Дж.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 13 рабочих, а во второй — 21 рабочий. Через 4 дня после начала работы в первую бригаду перешли 5 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = (x + 5)^2 (x - 1) + 7$  на отрезке  $[-17; -2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $\operatorname{tg}(2\pi + x) \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = \cos \pi$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ .

- 14 Противоположные боковые грани правильной четырёхугольной пирамиды  $MABCD$  с основанием  $ABCD$  попарно перпендикулярны. Через середины  $K$  и  $L$  рёбер  $AB$  и  $AD$  соответственно и точку  $M$  проведена плоскость  $\alpha$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды  $MABCD$  плоскостью  $\alpha$  является равносторонним треугольником.

б) Найдите расстояние от точки  $D$  до плоскости  $\alpha$ , если  $AB = 9$ .

15 Решите неравенство  $0,25^{\frac{x+3}{x-2}} \cdot 30^x \cdot x^{-2} \leq \frac{16^{\frac{x+3}{x-2}} \cdot 15^x}{8x^2}$ .

- 16 Вершины  $K$  и  $L$  квадрата  $KLMN$  с центром  $O$  лежат на стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ , а вершины  $M$  и  $N$  — на сторонах  $BC$  и  $AC$  соответственно. Высота  $CH$  треугольника  $ABC$  проходит через точку  $O$  и пересекает отрезок  $MN$  в точке  $D$ , причём  $CD = DO = OH$ .
- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный и прямоугольный.
- б) Пусть прямая  $AD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $Q$ . Найдите  $AQ$ , если сторона квадрата  $KL = 1$ .

- 17 Клиент банка планирует взять 15 августа кредит на 21 месяц. Условия возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 33% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ .

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (ay + ax + 3)(y + x - a) = 0, \\ |xy| = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

- 19 Даны пять различных натуральных чисел. Известно, что их произведение равно 6750.
- а) Могут ли все пять чисел образовывать геометрическую прогрессию?
- б) Могут ли четыре числа из этих пяти образовывать геометрическую прогрессию?
- в) Могут ли три числа из этих пяти образовывать геометрическую прогрессию?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

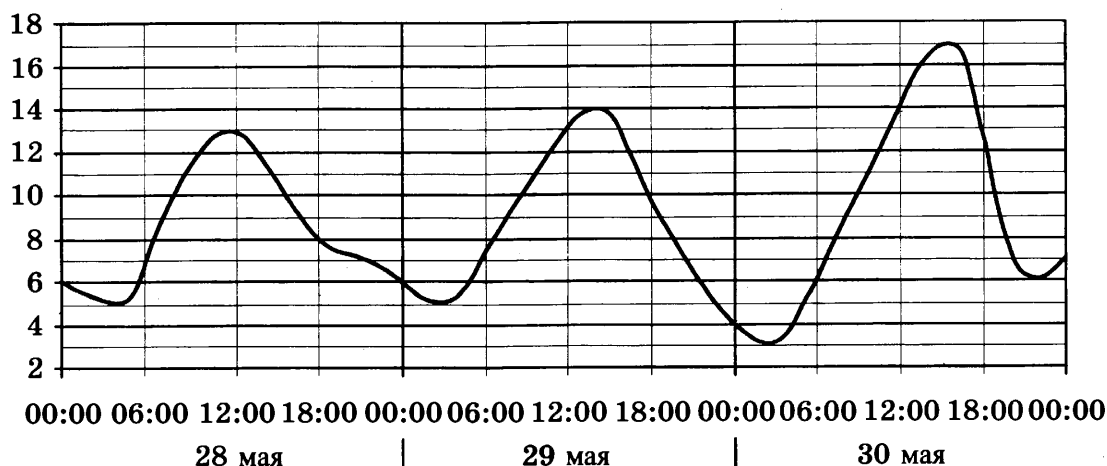
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Розничная цена учебника 125 рублей, она на 25% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 5800 рублей?

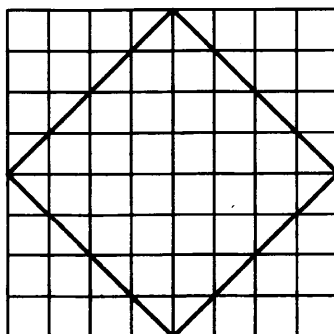
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 29 мая. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён квадрат. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

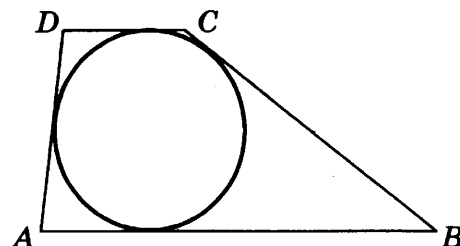
- 4 На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 70% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_3(14 - x) = 2\log_3 5$ .

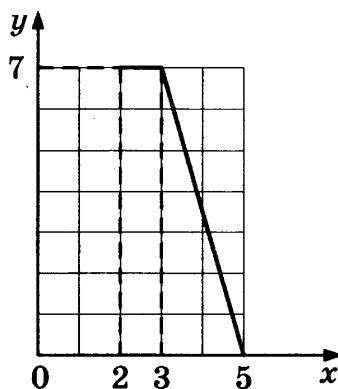
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 13 и 1. Найдите среднюю линию трапеции.



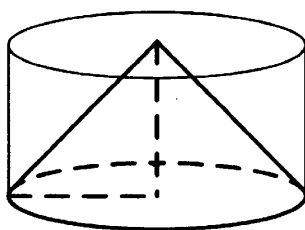
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите  $F(5) - F(2)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна  $80\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $(\sqrt{96} - \sqrt{6}) \cdot \sqrt{6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 5$  моль воздуха при давлении  $p_1 = 1,8$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 6,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная,  $T = 300 \text{ К}$  — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атмосферах) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 28 350 Дж.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 3 рабочих, а во второй — 9 рабочих. Через 4 дня после начала работы в первую бригаду перешли 7 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = (x + 6)^2 (x - 10) + 8$  на отрезке  $[-14; -3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\operatorname{tg}(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \sin \frac{5\pi}{6}$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

- 14 Противоположные боковые грани правильной четырёхугольной пирамиды  $MABCD$  с основанием  $ABCD$  попарно перпендикулярны. Через середины  $K$  и  $L$  рёбер  $AB$  и  $AD$  соответственно и точку  $M$  проведена плоскость  $\alpha$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды  $MABCD$  плоскостью  $\alpha$  является равносторонним треугольником.

б) Найдите объём пирамиды  $MCKL$ , если  $AB = 4$ .

15 Решите неравенство  $0,25^{\frac{3x-2}{x+2}} \cdot 14^x \cdot x^{-2} \leq \frac{2^{\frac{3x-2}{x+2}} \cdot 112^x}{4x^2}$ .

16 Вершины  $K$  и  $L$  квадрата  $KLMN$  с центром  $O$  лежат на стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ , а вершины  $M$  и  $N$  — на сторонах  $BC$  и  $AC$  соответственно. Высота  $CH$  треугольника  $ABC$  проходит через точку  $O$  и пересекает отрезок  $MN$  в точке  $D$ , причём  $CD = DO = OH$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный и прямоугольный.

б) Пусть прямая  $AD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $Q$ . Найдите  $AQ$ , если сторона квадрата  $KL = 10$ .

17 Клиент банка планирует взять 15 августа кредит на 19 месяцев. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 25% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ .

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (ay + ax - 2)(y + x + 3a) = 0, \\ |xy| = a \end{cases}$$

имеет ровно восемь решений.

19 Даны пять различных натуральных чисел. Известно, что их произведение равно 2160.

а) Могут ли все пять чисел образовывать геометрическую прогрессию?

б) Могут ли четыре числа из этих пяти образовывать геометрическую прогрессию?

в) Могут ли три числа из этих пяти образовывать геометрическую прогрессию?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

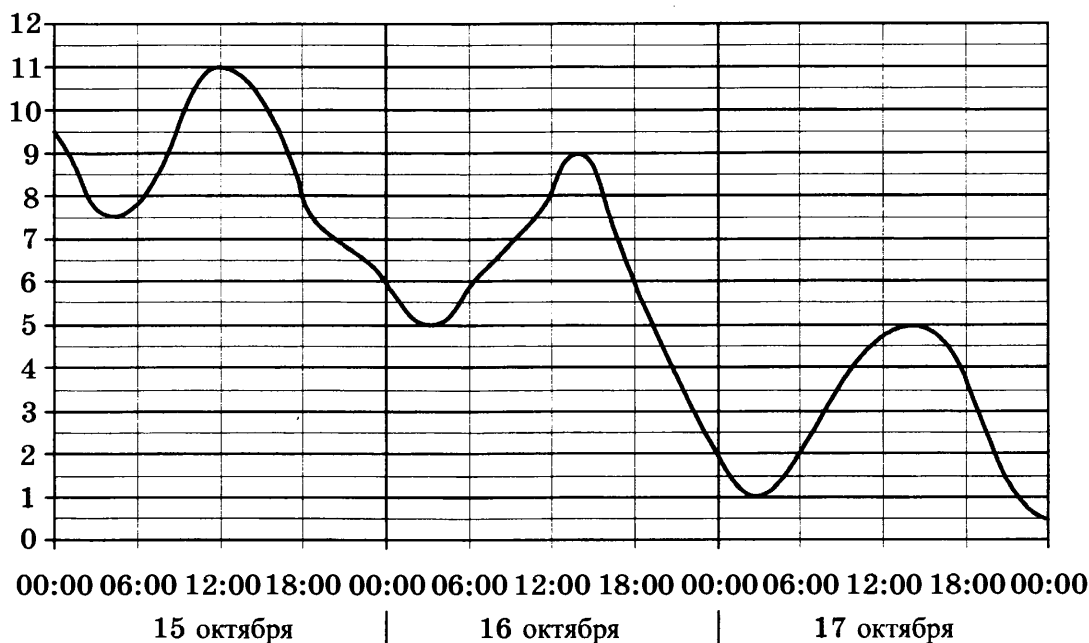
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Розничная цена учебника 204 рубля, она на 20% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 7500 рублей?

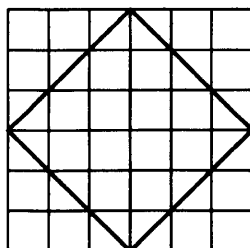
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 17 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён квадрат. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.



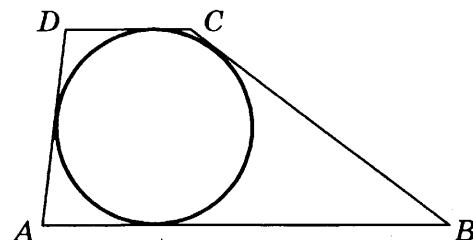
- 4 На фабрике керамической посуды 30% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 65% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_3(12 - x) = 3 \log_3 4$ .

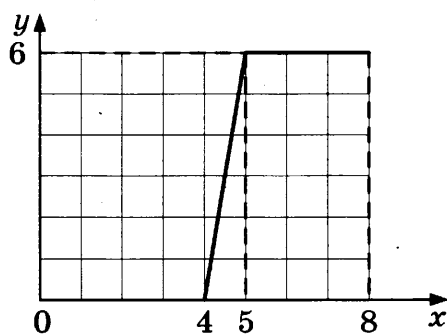
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 25 и 3. Найдите среднюю линию трапеции.



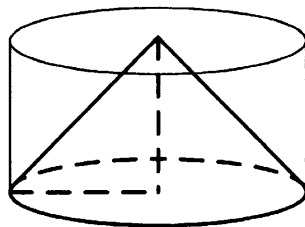
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите  $F(8) - F(4)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна  $21\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $(\sqrt{72} - \sqrt{98}) \cdot \sqrt{8}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 3$  моль воздуха при давлении  $p_1 = 1,8$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 7,9 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная,  $T = 300 \text{ К}$  — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атмосферах) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 14 220 Дж.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 7 рабочих, а во второй — 10 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 2 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = (x - 8)^2 (x - 9) + 1$  на отрезке  $[-4; 8,5]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\operatorname{tg}(\pi + x) \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

- 14 Противоположные боковые грани правильной четырёхугольной пирамиды  $MABCD$  с основанием  $ABCD$  попарно перпендикулярны. Через середины  $K$  и  $L$  рёбер  $AB$  и  $AD$  соответственно и точку  $M$  проведена плоскость  $\alpha$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды  $MABCD$  плоскостью  $\alpha$  является равносторонним треугольником.

б) Найдите объём пирамиды  $MBKL$ , если  $AB = 6$ .

15] Решите неравенство  $0,2^{\frac{2x+3}{x-5}} \cdot 15^{2x} \cdot 25x^{-2} \geq \frac{25^{\frac{2x+3}{x-5}} \cdot 9^x}{5x^2}$ .

16] Вершины  $K$  и  $L$  квадрата  $KLMN$  с центром  $O$  лежат на стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ , а вершины  $M$  и  $N$  — на сторонах  $BC$  и  $AC$  соответственно. Высота  $CH$  треугольника  $ABC$  проходит через точку  $O$  и пересекает отрезок  $MN$  в точке  $D$ , причём  $CD = DO = OH$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный и прямоугольный.

б) Пусть прямая  $AD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $Q$ . Найдите  $AQ$ , если сторона квадрата  $KL = 5$ .

17] Клиент банка планирует взять 15 августа кредит на 19 месяцев. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 15% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ .

18] Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (ay + ax + 3)(y + x - a) = 0, \\ |xy| = a \end{cases}$$

имеет ровно шесть решений.

19] Даны пять различных натуральных чисел. Известно, что их произведение равно 6000.

а) Могут ли все пять чисел образовывать геометрическую прогрессию?

б) Могут ли четыре числа из этих пяти образовывать геометрическую прогрессию?

в) Могут ли три числа из этих пяти образовывать геометрическую прогрессию?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

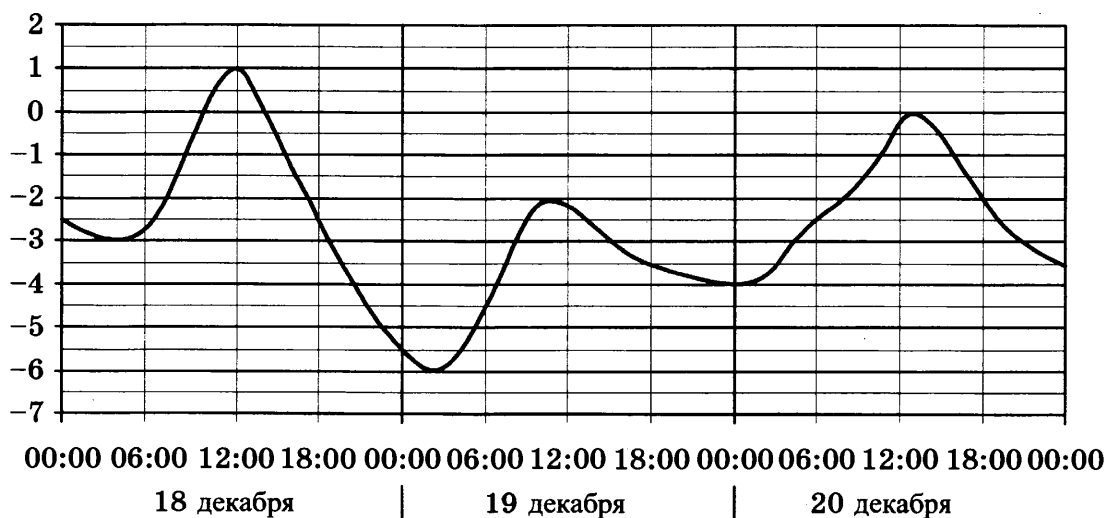
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** Розничная цена учебника 156 рублей, она на 30% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 4000 рублей?

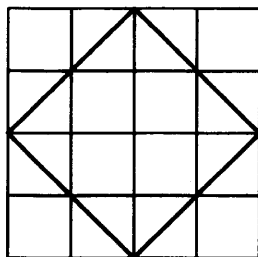
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 18 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён квадрат. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

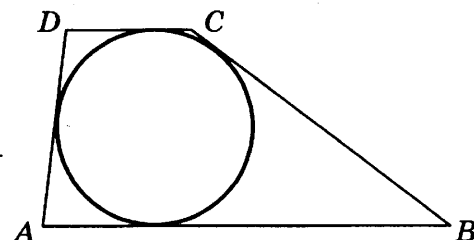
- 4 На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 60% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_3(5 - 2x) = 2 \log_3 5$ .

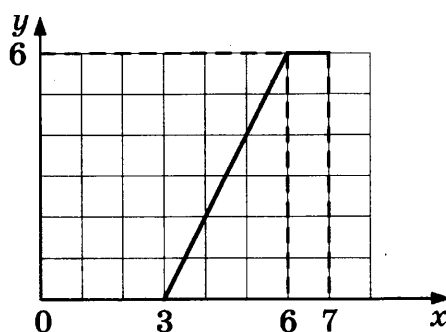
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 5 и 1. Найдите среднюю линию трапеции.



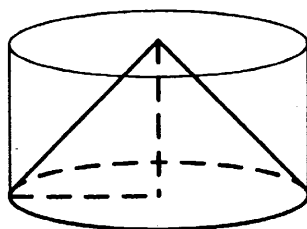
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите  $F(7) - F(3)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна  $13\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $(\sqrt{50} - \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 3$  моль воздуха при давлении  $p_1 = 1,7$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 9,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная,  $T = 300 \text{ К}$  — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атмосферах) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 25 110 Дж.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 19 рабочих, а во второй — 27 рабочих. Через 9 дней после начала работы в первую бригаду перешли 7 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = (x + 9)^2(x - 5) - 5$  на отрезке  $[-19; -5]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\operatorname{tg}(2\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

- 14 Противоположные боковые грани правильной четырёхугольной пирамиды  $MABCD$  с основанием  $ABCD$  попарно перпендикулярны. Через середины  $K$  и  $L$  рёбер  $AB$  и  $AD$  соответственно и точку  $M$  проведена плоскость  $\alpha$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды  $MABCD$  плоскостью  $\alpha$  является равносторонним треугольником.

б) Найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $\alpha$ , если  $AB = 2\sqrt{3}$ .

15 Решите неравенство  $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{2x+2}{x+4}} \cdot 18^{2x} \cdot 3x^{-2} \leq \frac{27^{\frac{x+1}{x+4}} \cdot 12^x}{9x^2}$ .

16 Вершины  $K$  и  $L$  квадрата  $KLMN$  с центром  $O$  лежат на стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ , а вершины  $M$  и  $N$  — на сторонах  $BC$  и  $AC$  соответственно. Высота  $CH$  треугольника  $ABC$  проходит через точку  $O$  и пересекает отрезок  $MN$  в точке  $D$ , причём  $CD = DO = OH$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный и прямоугольный.

б) Пусть прямая  $AD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $Q$ . Найдите  $AQ$ , если сторона квадрата  $KL = 4$ .

17 Клиент банка планирует взять 15 августа кредит на 17 месяцев. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на  $18\%$  больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ .

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (ay + ax - 2)(y + x + 3a) = 0, \\ |xy| = a \end{cases}$$

имеет ровно шесть решений.

19 На доске в одну строку слева направо написаны несколько не обязательно различных натуральных чисел. Известно, что каждое следующее число (кроме первого) или на 1 больше предыдущего, или в 2 раза меньше предыдущего.

а) Может ли оказаться так, что первое число равно 12, а седьмое равно 2?

б) Может ли оказаться так, что первое число равно 1200, а двадцать пятое равно 63?

в) Какое наименьшее количество чисел могло быть написано на доске, если первое число равно 1200, а последнее число равно 5?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

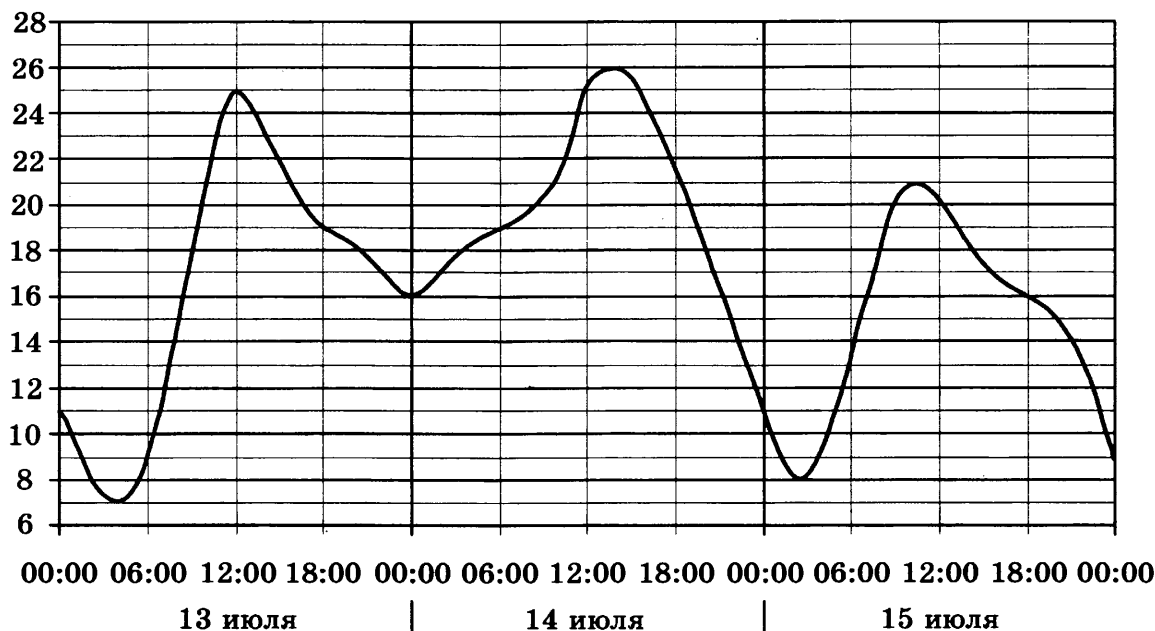
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Розничная цена учебника 230 рублей, она на 15% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 8200 рублей?

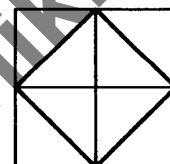
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 14 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён квадрат. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.



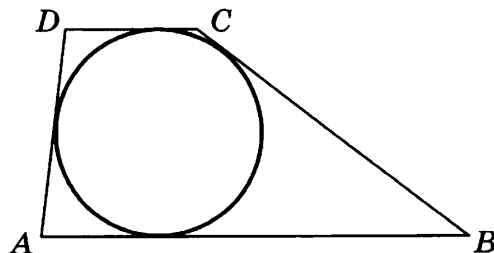
- 4 На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 55% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_2 (10 - 5x) = 3 \log_2 5$ .

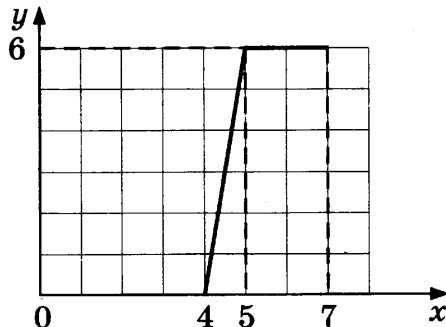
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 25 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.



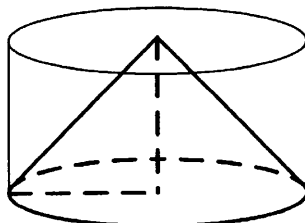
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите  $F(7) - F(4)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна  $14\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $(\sqrt{12} - \sqrt{48}) \cdot \sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 5$  моль воздуха при давлении  $p_1 = 1,6$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 7,4 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная,  $T = 300 \text{ К}$  — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атмосферах) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 33 300 Дж.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 13 рабочих, а во второй — 14 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 4 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = x^2(x - 8) + 10$  на отрезке  $[-9; 5]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\operatorname{tg}(\pi + x) \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[7\pi; \frac{17\pi}{2}\right]$ .

- 14 Противоположные боковые грани правильной четырёхугольной пирамиды  $MABCD$  с основанием  $ABCD$  попарно перпендикулярны. Через середины  $K$  и  $L$  рёбер  $AB$  и  $AD$  соответственно и точку  $M$  проведена плоскость  $\alpha$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды  $MABCD$  плоскостью  $\alpha$  является равносторонним треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью  $\alpha$  и ребром  $MB$ .

15 Решите неравенство  $0,5^{\frac{x-2}{2x+4}} \cdot 10^x \cdot x^{-2} \geq \frac{32^{\frac{x-2}{2x+4}} \cdot 40^x}{16x^2}$ .

- 16 Вершины  $K$  и  $L$  квадрата  $KLMN$  с центром  $O$  лежат на стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ , а вершины  $M$  и  $N$  — на сторонах  $BC$  и  $AC$  соответственно. Высота  $CH$  треугольника  $ABC$  проходит через точку  $O$  и пересекает отрезок  $MN$  в точке  $D$ , причём  $CD = DO = OH$ .
- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный и прямоугольный.
- б) Пусть прямая  $AD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $Q$ . Найдите  $AQ$ , если сторона квадрата  $KL = 2$ .

- 17 Клиент банка планирует взять 15 августа кредит на 17 месяцев. Условия возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 9% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ .

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (ay + ax + 3)(y + x - a) = 0, \\ |xy| = a \end{cases}$$

имеет от одного до пяти решений.

- 19 На доске в одну строку слева направо написаны несколько не обязательно различных натуральных чисел. Известно, что каждое следующее число (кроме первого) или на 1 больше предыдущего, или в 2 раза меньше предыдущего.
- а) Может ли оказаться так, что первое число равно 8, а шестое равно 5?
- б) Может ли оказаться так, что первое число равно 1000, а двадцатое равно 62?
- в) Какое наименьшее количество чисел могло быть написано на доске, если первое число равно 1000, а последнее число равно 9?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

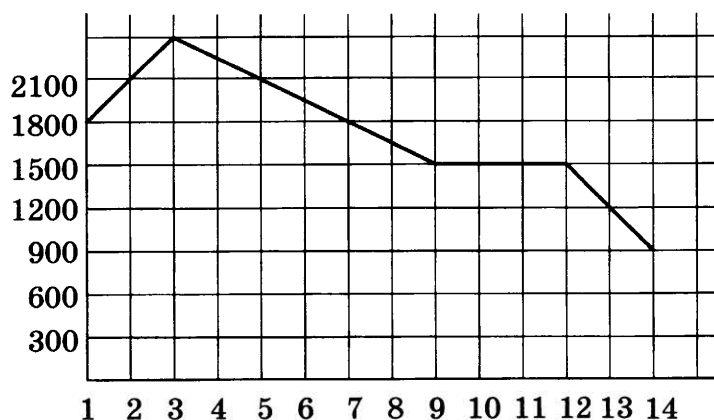
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1 Железнодорожный билет для взрослого стоит 220 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 16 школьников и 3 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

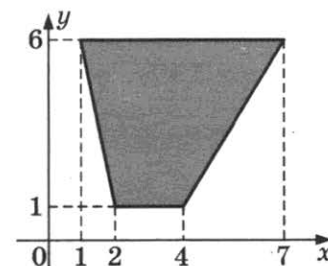
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрёл 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь трапеции, вершинами которой являются точки с координатами (1; 6), (7; 6), (4; 1), (2; 1).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Андрей отправляет СМС другу. Связь не очень устойчивая, поэтому каждая попытка отправить СМС имеет вероятность успеха 0,8. Найдите вероятность того, что СМС будет отправлена с третьей попытки.

Ответ: \_\_\_\_\_.

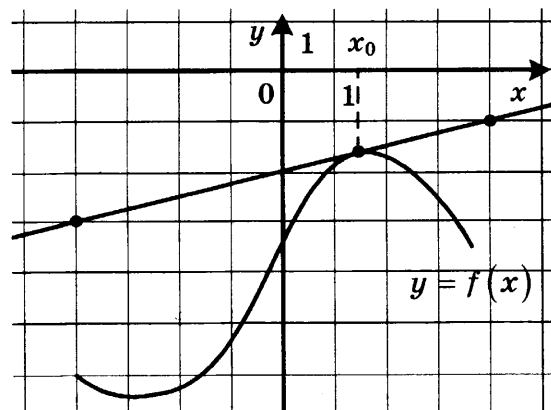
- 5 Найдите корень уравнения  $x^2 - 15 = (x - 15)^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Концы отрезка  $AB$  лежат по разные стороны от прямой  $l$ . Расстояние от точки  $A$  до прямой  $l$  равно 7, а расстояние от точки  $B$  до прямой  $l$  равно 13. Найдите расстояние от середины отрезка  $AB$  до прямой  $l$ .

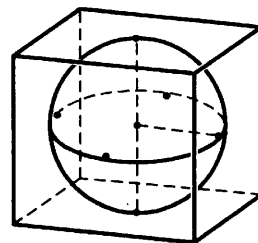
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Шар, объём которого равен  $14\pi$ , вписан в куб. Найдите объём куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Вычислите значение выражения  $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в кельвинах),  $T_2$  — температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре нагревателя  $T_1$  КПД двигателя будет 15%, если температура холодильника  $T_2 = 340$  К? Ответ дайте в кельвинах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 30 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого равна 92 км/ч, скорость второго — 77 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на 1 круг?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = 6 \sin x - 3\sqrt{3}x + 0,5\sqrt{3}\pi + 6$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13) а) Решите уравнение  $6 \sin^2 x + 7 \cos x - 7 = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3\pi; -\pi]$ .
- 14) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер  $AA_1 = 7$ ,  $AB = 16$ ,  $AD = 6$ . Точка  $K$  — середина ребра  $C_1 D_1$ .  
а) Докажите, что плоскость, проходящая через точку  $B$  перпендикулярно прямой  $AK$ , пересекает отрезок  $A_1 K$ .  
б) Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью  $ABC$ .
- 15) Решите неравенство  $x^3 + 6x^2 + \frac{28x^2 + 2x - 10}{x - 5} \leq 2$ .
- 16) На катетах  $AC$  и  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  вне треугольника построены квадраты  $ACDE$  и  $BFKC$ . Точка  $M$  — середина гипотенузы  $AB$ ,  $N$  — точка пересечения прямых  $CM$  и  $DK$ .  
а) Докажите, что прямые  $CM$  и  $DK$  перпендикулярны.  
б) Найдите  $MN$ , если известно, что катеты треугольника  $ABC$  равны 130 и 312.
- 17) 15 января планируется взять кредит в банке на 18 месяцев. Условия его возврата таковы:  
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;  
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.  
Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

- 18) Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|10 \cdot 0,2^{1-x} - a| - |5^x + 2a| = 0,04^{-x}$$

имеет ровно два неотрицательных решения.

- 19) Конечная возрастающая последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  состоит из  $n \geq 3$  натуральных чисел, причём при всех натуральных  $k \leq n - 2$  выполнено равенство  $3a_{k+2} = 5a_{k+1} - 2a_k$ .  
а) Приведите пример такой последовательности при  $n = 4$ .  
б) Может ли в такой последовательности при некотором  $n \geq 3$  выполняться равенство  $a_n = 3a_2 - 2a_1$ ?  
в) Какое наименьшее значение может принимать  $a_1$ , если  $a_n = 667$ ?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

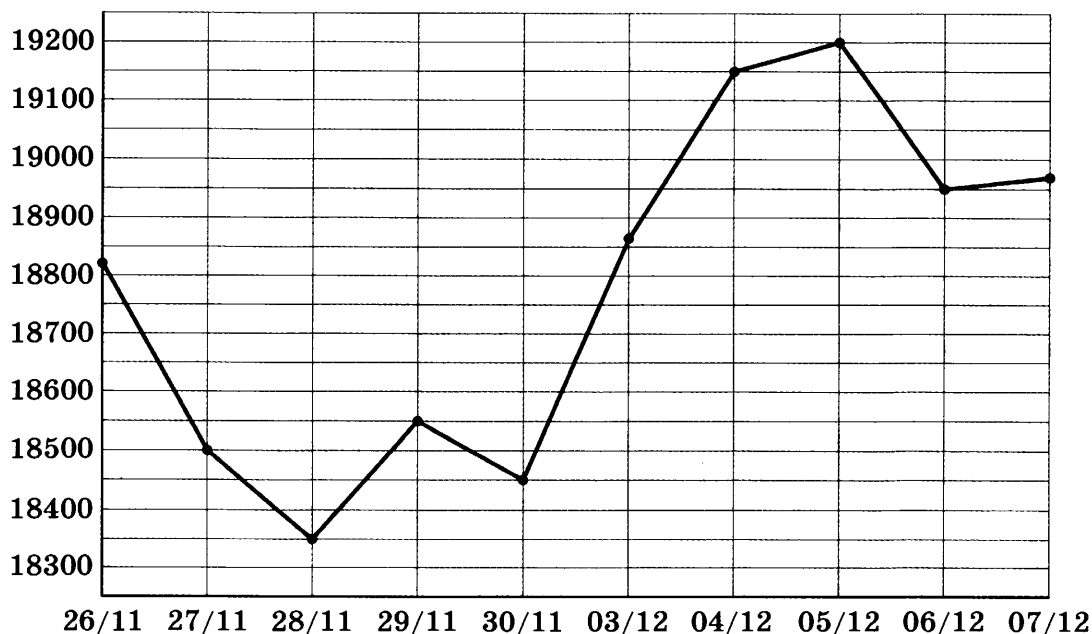
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 Показания счётчика электроэнергии 1 ноября составляли 12 625 кВт · ч, а 1 декабря — 12 802 кВт · ч. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за ноябрь, если 1 кВт · ч электроэнергии стоит 1 рубль 80 копеек? Ответ дайте в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

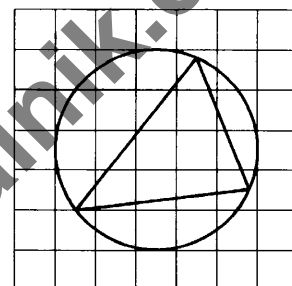
- 2 На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 26 ноября по 7 декабря 2018 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — цена олова в долларах США за тонну. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линиями.



Определите по рисунку наименьшую цену олова на момент закрытия торгов за данный период. Ответ дайте в долларах США за тонну.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В торговом центре два одинаковых автомата продают чай. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится чай, равна 0,4. Вероятность того, что чай закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня чай останется в обоих автоматах.

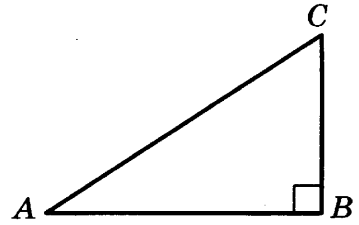
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Решите уравнение  $3^{x-3} = 27$ .

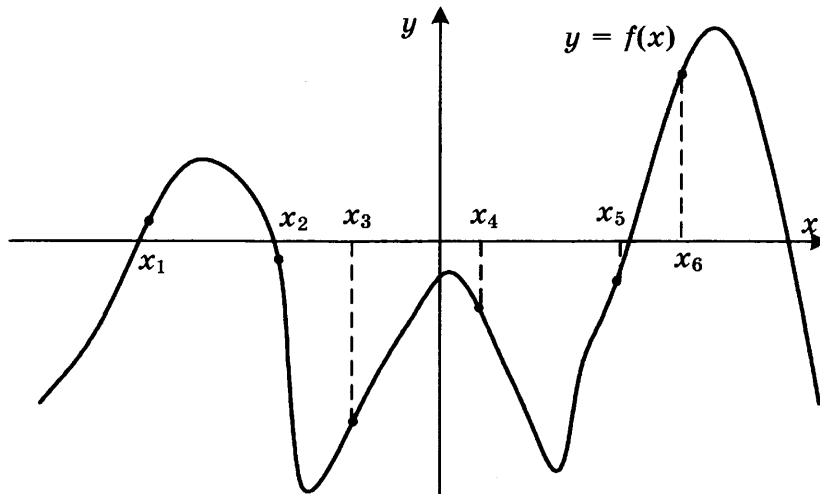
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Один острый угол прямоугольного треугольника на  $30^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



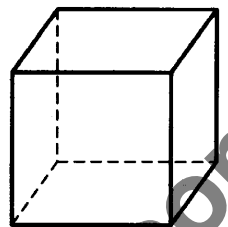
- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Во сколько раз увеличится объём куба, если все его рёбра увеличить в семь раз?

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.



## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $(\sqrt{12} - \sqrt{6})(\sqrt{12} + \sqrt{6})$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях,  $V_1$  и  $V_2$  — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 313,6 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = (1 - 2x)\cos x + 2\sin x + 3$ , принадлежащую промежутку  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\frac{\sqrt{3}\operatorname{tg} x + 1}{2\sin x - 1} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$ .

14. В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  с вершиной  $S$  боковое ребро вдвое больше стороны основания.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середины рёбер  $SA$  и  $SD$  и вершину  $C$ , делит апофему грани  $ASB$  в отношении 2 : 1, считая от вершины  $S$ .

б) Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через середины рёбер  $SA$  и  $SD$  и вершину  $C$ , делит ребро  $SF$ , считая от вершины  $S$ .

- 15) Решите неравенство  $4^{x-3} - 71 \cdot 2^{x-6} + 7 \leq 0$ .
- 16) Отрезок, соединяющий середины  $M$  и  $N$  оснований  $BC$  и  $AD$  соответственно трапеции  $ABCD$ , разбивает её на две трапеции, в каждую из которых можно вписать окружность.
- а) Докажите, что трапеция  $ABCD$  равнобедренная.
- б) Известно, что радиус этих окружностей равен 3, а меньшее основание  $BC$  исходной трапеции равно 8. Найдите радиус окружности, касающейся боковой стороны  $AB$ , основания  $AN$  трапеции  $ABMN$  и вписанной в неё окружности.

- 17) 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Известно, что за первые 12 месяцев нужно выплатить банку 177,75 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

- 18) Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{a + x^2 + 2\log_5(a^2 - 4a + 5)}{30\sqrt{17x^4 + 5x^2} + a + 1 + \log_5^2(a^2 - 4a + 5)}$$

состоит из одной точки, найдите это решение.

- 19) Про три различных натуральных числа известно, что они являются длинами сторон некоторого тупоугольного треугольника.
- а) Могло ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно  $\frac{13}{7}$ ?
- б) Могло ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно  $\frac{8}{7}$ ?
- в) Какое наименьшее значение может принимать отношение большего из этих чисел к меньшему из них, если известно, что среднее по величине из этих чисел равно 25?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

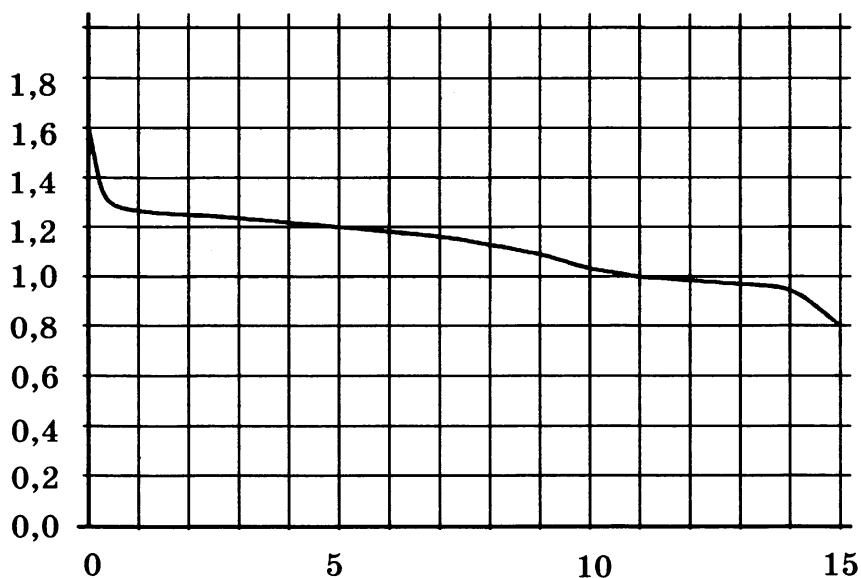
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

- 1 По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 18 рублей. Если на счёту осталось меньше 18 рублей, то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счёту было 500 рублей. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?

Ответ: \_\_\_\_\_.

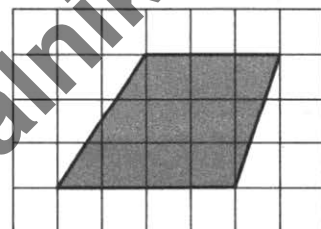
- 2 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



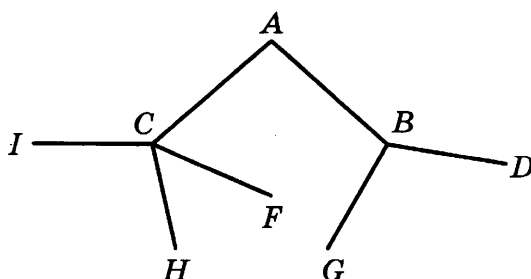
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите её площадь.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 4 Павел Иванович совершает прогулку из точки  $A$  по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадёт в точку  $G$ .

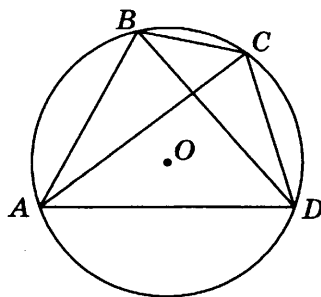


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{5}}(5 - x) = -2$ .

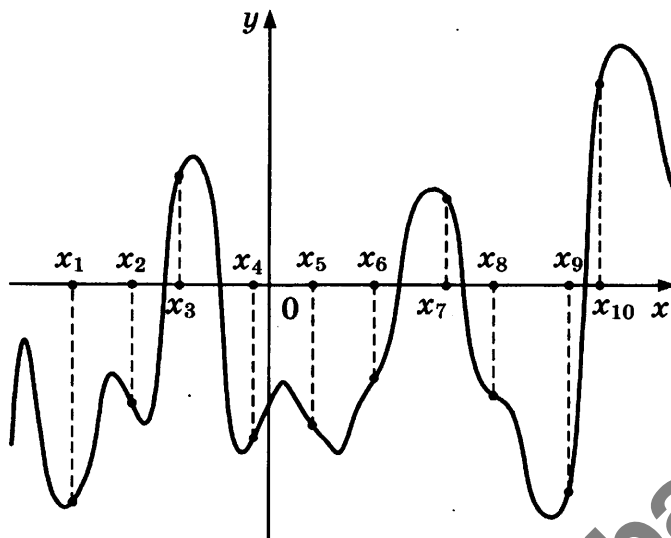
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $132^\circ$ , угол  $ABD$  равен  $61^\circ$ . Найдите угол  $CAD$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и десять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ . В скольких из этих точек производная  $f'(x)$  функции  $f(x)$  положительна?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{60}{6^{\log_6 5}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ . При каком значении температуры нагревателя  $T_1$  (в кельвинах) КПД этого двигателя будет 80%, если температура холодильника  $T_2 = 200$  К?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = 13x - 13\operatorname{tg} x - 18$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $5 \cdot 4^{x^2 + 4x} + 20 \cdot 10^{x^2 + 4x - 1} - 7 \cdot 25^{x^2 + 4x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3; 1]$ .

- 14 В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  сторона основания  $AB = 7\sqrt{3}$ , а боковое ребро  $AA_1 = 8$ .

а) Докажите, что плоскость  $BCA_1$  перпендикулярна плоскости, проходящей через ребро  $AA_1$  и середину ребра  $B_1C_1$ .

б) Найдите тангенс угла между плоскостями  $BCA_1$  и  $BB_1C_1$ .

15 Решите неравенство  $x + \frac{20}{x+6} \geq 6$ .

16 На сторонах  $AC$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  вне треугольника построены квадраты  $ACDE$  и  $BFKC$ . Точка  $M$  — середина стороны  $AB$ .

а) Докажите, что  $CM = \frac{1}{2} DK$ .

б) Найдите расстояния от точки  $M$  до центров квадратов, если  $AC = 14$ ,  $BC = 16$  и  $\angle ACB = 150^\circ$ .

17 В двух областях есть по 50 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи  $x$  кг алюминия в день требуется  $x^2$  человеко-часов труда, а для добычи  $y$  кг никеля в день требуется  $y^2$  человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 2 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

18 Найдите все значения  $k$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{6k - (2 - 3k) \cos t}{\sin t - \cos t} = 2$  имеет

хотя бы одно решение на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

19 Три различных натуральных числа являются длинами сторон некоторого тупоугольного треугольника.

а) Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно  $\frac{3}{2}$ ?

б) Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно  $\frac{5}{4}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать отношение большего из этих чисел к меньшему из них, если известно, что среднее по величине число равно 18?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

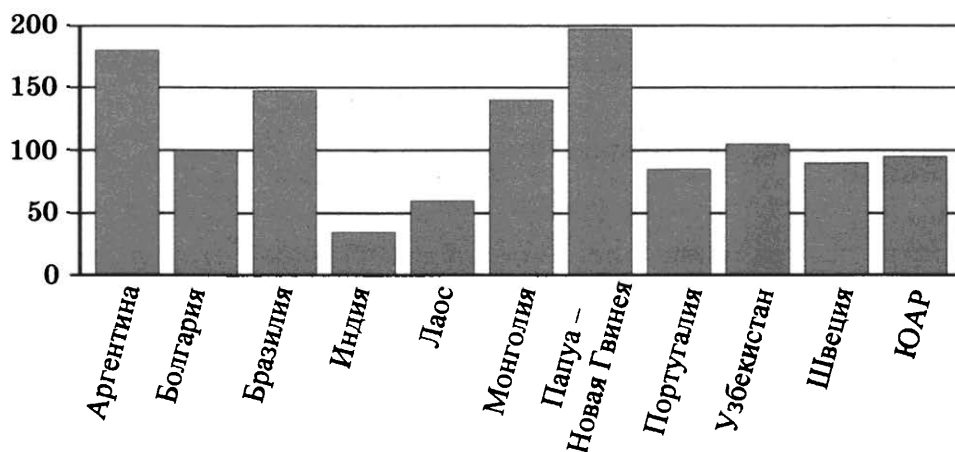
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

- 1** В доме, в котором живёт Женя, один подъезд. На каждом этаже по восемь квартир. Женя живёт в квартире 87. На каком этаже живёт Женя?

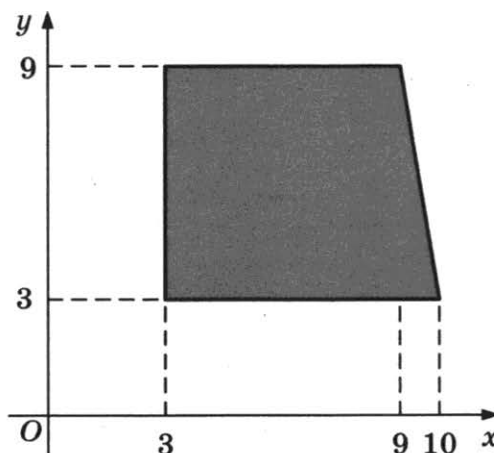
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа — Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимал Узбекистан?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите площадь прямоугольной трапеции, вершины которой имеют координаты (3; 3), (10; 3), (9; 9), (3; 9).



Ответ: \_\_\_\_\_.

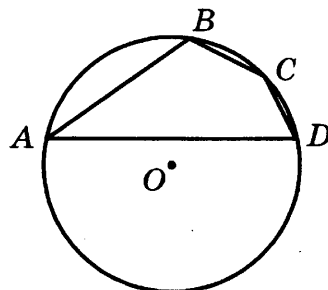
- 4 В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 13 из них встречается вопрос о Великой Отечественной войне. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос о Великой Отечественной войне.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\frac{1}{9x+2} = \frac{1}{8x-4}$ .

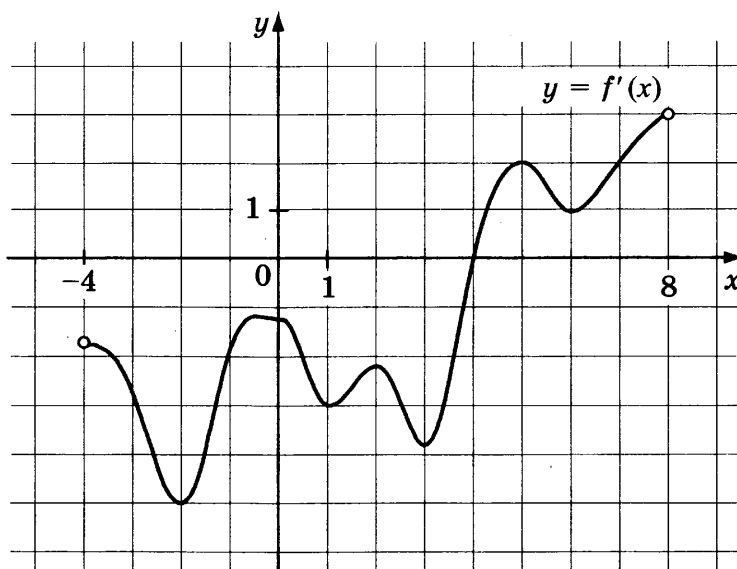
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Угол  $A$  четырёхугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $25^\circ$ . Найдите угол  $C$  четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



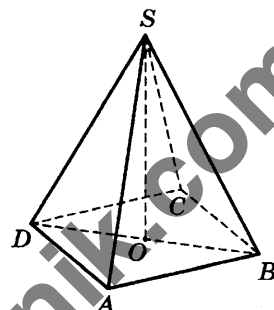
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график производной  $y = f'(x)$  функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 8)$ . В какой точке отрезка  $[-3; 1]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SA = 10$ ,  $BD = 16$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.



## Часть 2

9 Найдите значение выражения  $-\frac{22}{\cos^2 34^\circ + \cos^2 124^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях,  $V_1$  и  $V_2$  — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 256 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Плиточник должен уложить  $300 \text{ м}^2$  плитки. Если он будет укладывать на  $5 \text{ м}^2$  в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 5 дней раньше, чем наметил. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x^2 + 49}{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение  $\text{tg}^2 x + 5 \text{tg} x + 6 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

14 Ребро  $SA$  пирамиды  $SABC$  перпендикулярно плоскости основания  $ABC$ .

а) Докажите, что высота пирамиды, проведённая из точки  $A$ , делится плоскостью, проходящей через середины рёбер  $AB$ ,  $AC$  и  $SA$ , пополам.

б) Найдите расстояние от вершины  $A$  до этой плоскости, если  $SA = \sqrt{5}$ ,  $AB = AC = 5$ ,  $BC = 2\sqrt{5}$ .

15 Решите неравенство  $\log_{|x+1|}^2 (x+1)^4 + \log_2 (x+1)^2 \leq 22$ .

- 16** Точки  $B_1$  и  $C_1$  лежат на сторонах соответственно  $AC$  и  $AB$  треугольника  $ABC$ , причём  $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B$ . Прямые  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $O$ .

а) Докажите, что прямая  $AO$  делит пополам сторону  $BC$ .

б) Найдите отношение площади четырёхугольника  $AB_1OC_1$  к площади треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B = 1 : 4$ .

- 17** Тимофей хочет взять в кредит 1,1 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет Тимофей может взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 270 тысяч рублей?

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$64x^6 + 4x^2 = (3x + a)^3 + 3x + a$$

не имеет корней.

- 19** Конечная последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  состоит из  $n \geq 3$  натуральных чисел, причём при всех натуральных  $k \leq n - 2$  выполнено равенство  $a_{k+2} = 2a_{k+1} - a_k - 1$ .

а) Приведите пример такой последовательности при  $n = 5$ , в которой  $a_5 = 4$ .

б) Может ли в такой последовательности некоторое натуральное число встретиться три раза?

в) При каком наибольшем  $n$  такая последовательность может состоять только из трёхзначных чисел?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

# **СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

## **Решения и критерии оценивания заданий 13–19**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

# РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

## ВАРИАНТ 4

### Часть 2

- 13** а) Решите уравнение  $\cos 2x + \sqrt{2} \sin x + 1 = 0$ .  
 б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

**Решение.**

а) Преобразуем уравнение:

$$\cos 2x + \sqrt{2} \sin x + 1 = 0;$$

$$1 - 2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x + 1 = 0;$$

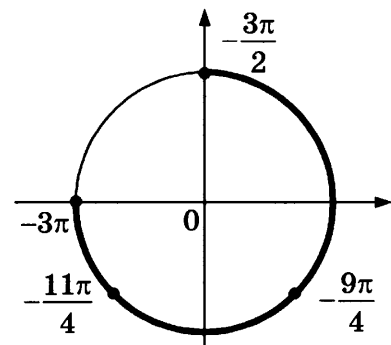
$$2 \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x - 2 = 0; \quad \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ или } \sin x = \sqrt{2}.$$

Уравнение  $\sin x = \sqrt{2}$  не имеет решений. Из уравнения  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  находим:

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \text{ и } x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

Получаем числа  $x = -\frac{11\pi}{4}$  и  $x = -\frac{9\pi}{4}$ .



**Ответ:** а)  $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{11\pi}{4}, -\frac{9\pi}{4}$ .

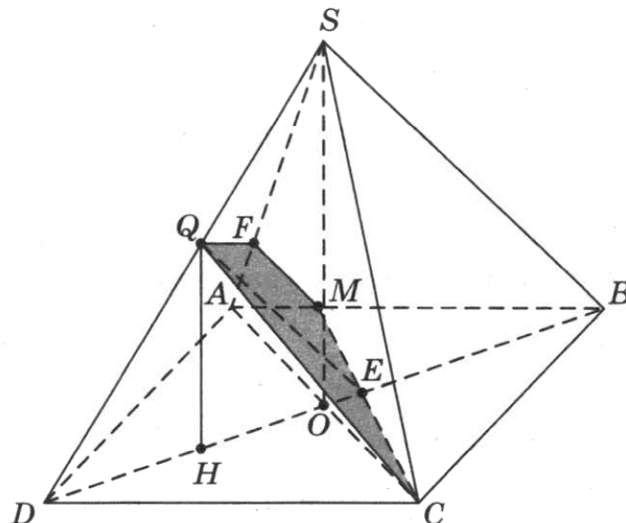
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 14] В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со стороной  $AB = 3$  и диагональю  $BD = 5$ . Все боковые рёбра пирамиды равны 3. На отрезке  $BD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  — точка  $F$  так, что  $SF = BE = 2$ .
- а) Докажите, что плоскость  $CEF$  параллельна ребру  $SB$ .
- б) Плоскость  $CEF$  пересекает ребро  $SD$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от точки  $Q$  до плоскости  $ABC$ .

**Решение.**

а)  $DE = 5 - BE = 3$ . Пусть прямая  $CE$  пересекает ребро  $AB$  в точке  $M$ . Треугольники  $BME$  и  $DCE$  подобны, поэтому  $\frac{BM}{DC} = \frac{BE}{DE} = \frac{2}{3}$ , откуда  $BM = 2$ . Тогда  $AM = 1$ . Треугольники  $ABS$  и  $AMF$  подобны, значит,  $FM \parallel SB$ . Поэтому прямая  $SB$  параллельна плоскости  $CEF$ .

б) Прямая  $QE$  — прямая пересечения плоскостей  $CEF$  и  $SBD$ . Из доказанного в предыдущем пункте следует, что  $QE \parallel SB$ . Тогда  $\frac{DQ}{QS} = \frac{DE}{EB} = \frac{3}{2}$ . Пусть  $O$  — центр основания  $ABCD$ . Так как все боковые рёбра пирамиды равны,  $SO$  — высота пирамиды.



$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{9 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

Плоскость  $SDB$  перпендикулярна плоскости основания, и проекция  $H$  точки  $Q$  на плоскость основания лежит на отрезке  $DO$ . Из подобных треугольников  $DQH$  и  $DSO$  находим  $QH = \frac{3}{5} \cdot SO = \frac{3\sqrt{11}}{10}$ .

Ответ: б)  $\frac{3\sqrt{11}}{10}$ .

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Верно доказан пункт а ИЛИ Верно решён пункт б при отсутствии обоснований в пункте а	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

**15** Решите неравенство  $5^{x+3} - 5^{x+2} - 5^x < 6^{\frac{x}{2}+3} - 6^{\frac{x}{2}+2} + 3 \cdot 6^{\frac{x}{2}+1}$ .

**Решение.**

Преобразуем неравенство:

$$125 \cdot 5^x - 25 \cdot 5^x - 5^x < 36 \cdot 6^{\frac{x}{2}+1} - 6 \cdot 6^{\frac{x}{2}+1} + 3 \cdot 6^{\frac{x}{2}+1};$$

$$99 \cdot 5^x < 33 \cdot 6^{\frac{x}{2}+1}; \quad 3 \cdot 5^x < 6^{\frac{x}{2}+1};$$

$$\lg 3 + x \lg 5 < \left(\frac{x}{2} + 1\right) \lg 6;$$

$$x(\lg 5 - \lg \sqrt{6}) < -\lg 3 + \lg 6; \quad x < \frac{\lg 2}{\lg 5 - \lg \sqrt{6}}.$$

**Ответ:**  $x < \frac{\lg 2}{\lg 5 - \lg \sqrt{6}}.$

**Замечание.** Ответ может также быть представлен в другом виде, например,

$$x < \frac{1}{\log_2 5 - \log_2 \sqrt{6}} \quad \text{или} \quad x < \frac{\lg 4}{\lg 25 - \lg 6}.$$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Получен ответ, отличающийся от верного включением числа $\frac{\lg 2}{\lg 5 - \lg \sqrt{6}}$ ИЛИ Решение содержит вычислительную ошибку, возможно, приведшую к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

**16** На продолжении стороны  $AC$  за вершину  $A$  треугольника  $ABC$  отложен отрезок  $AD$ , равный стороне  $AB$ . Прямая, проходящая через точку  $A$  параллельно  $BD$ , пересекает сторону  $BC$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что луч  $AM$  — биссектриса угла  $BAC$ .

б) Найдите площадь трапеции  $AMBD$ , если площадь треугольника  $ABC$  равна 180 и известно отношение  $AC : AB = 3 : 2$ .

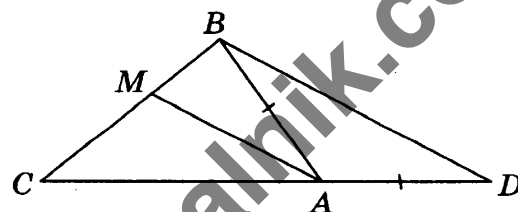
**Решение.**

а) Обозначим  $\angle BAC = \alpha$ . По теореме о внешнем угле треугольника  $\angle ABD + \angle ADB = \alpha$ . Треугольник  $ABD$  равнобедренный, поэтому  $\angle ADB = \angle ABD = \frac{\alpha}{2}$ ,

а так как  $AM$  параллельна  $BD$ , то

$$\angle MAC = \angle BDC = \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \angle BAC.$$

Следовательно,  $AM$  — биссектриса угла  $BAC$ .



б) По свойству биссектрисы треугольника  $\frac{CM}{MB} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{2}$ ,

значит,  $\frac{S_{ACM}}{S_{ABC}} = \frac{CM}{CB} = \frac{3}{5}$ ,  $S_{ACM} = \frac{3}{5} S_{ABC} = \frac{3}{5} \cdot 180 = 108$ .

Треугольник  $DCB$  подобен треугольнику  $ACM$  с коэффициентом  $\frac{5}{3}$ , поэтому

$$S_{DCB} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 S_{ACM} = \frac{25}{9} \cdot 108 = 300.$$

Следовательно,  $S_{AMBD} = S_{DCB} - S_{ACM} = 300 - 108 = 192$ .

Ответ: 192.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> ИЛИ При обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

- 17** 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Известно, что за первые 12 месяцев нужно выплатить банку 1370 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

**Решение.**

Пусть сумма кредита равна  $S$ . По условию, долг перед банком по состоянию на 15-е число должен уменьшаться до нуля равномерно:

$$S, \frac{23S}{24}, \dots, \frac{2S}{24}, \frac{S}{24}, 0.$$

Первого числа каждого месяца долг возрастает на 2%, значит, последовательность размеров долга по состоянию на 1-е число такова:

$$1,02S, 1,02 \cdot \frac{23S}{24}, \dots, 1,02 \cdot \frac{2S}{24}, 1,02 \cdot \frac{S}{24}.$$

Следовательно, выплаты должны быть следующими:

$$0,02S + \frac{S}{24}, \frac{23 \cdot 0,02S + S}{24}, \dots, \frac{2 \cdot 0,02S + S}{24}, \frac{0,02S + S}{24}.$$

За первые 12 месяцев нужно выплатить банку

$$\frac{1}{2}S + S \cdot 0,02 \left( 1 + \frac{23}{24} + \dots + \frac{14}{24} + \frac{13}{24} \right) = S \left( \frac{1}{2} + \frac{37 \cdot 0,01}{2} \right) = 0,685S.$$

Значит, в кредит планируется взять  $S = \frac{1370000}{0,685} = 2\,000\,000$  рублей.

**Ответ:** 2 000 000 рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно построена математическая модель и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$ax^2 + 2(a+3)x + (a+4) = 0$$

имеет два корня, расстояние между которыми больше 2.

**Решение.**

Во-первых, должно быть  $a \neq 0$ , потому что иначе уравнение не будет квадратным и не будет иметь два корня.

Дискриминант уравнения  $D = 4((a+3)^2 - a(a+4)) = 4(2a+9)$ .

Корни уравнения равны  $x_{1,2} = \frac{-2(a+3) \pm \sqrt{D}}{2a}$ , а расстояние между ними

$|x_2 - x_1| = \frac{2\sqrt{D}}{2|a|} = \frac{2\sqrt{2a+9}}{|a|}$ . Нам нужно, чтобы это расстояние было больше 2:  $\frac{2\sqrt{2a+9}}{|a|} > 2$ ;

при этом условие  $D > 0$  можно отдельно не записывать, потому что в полученном неравенстве  $2a + 9$  стоит под корнем и, значит, если  $a$  ему удовлетворяет, то заведомо  $D \geq 0$ , и при этом  $D \neq 0$ , потому что дробь в левой части больше 2.

Решим полученное неравенство. Поскольку знаменатель положителен (мы помним, что  $a \neq 0$ ), на него можно домножить:  $\sqrt{2a+9} > |a|$ .



Возведём обе части неравенства в квадрат; при этом условие на ОДЗ можно отдельно не писать, потому что согласно полученному неравенству выражение  $2a + 9$  будет больше неотрицательного числа:  $2a + 9 > a^2$ ;  $a^2 - 2a - 9 < 0$ ;  $1 - \sqrt{10} < a < 1 + \sqrt{10}$ .

Вспоминая требование  $a \neq 0$ , получаем ответ:  $1 - \sqrt{10} < a < 0$ ;  $0 < a < 1 + \sqrt{10}$ .

Ответ:  $1 - \sqrt{10} < a < 0$ ;  $0 < a < 1 + \sqrt{10}$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены все значения $a$ , но ответ содержит лишнее значение	3
С помощью верного рассуждения получены все решения уравнения	2
Задача верно сведена к исследованию возможного значения корней уравнения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

- 19** а) Существует ли такое кратное 11 трёхзначное число, у которого вторая цифра в 14 раз меньше произведения двух других его цифр?  
 б) Существует ли такое кратное 11 трёхзначное число, у которого сумма всех цифр равна 7?  
 в) Найдите наибольшее кратное 11 восьмизначное число, среди цифр которого по одному разу встречаются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 9. Ответ обоснуйте.

**Решение.**

а) Например, число 847 делится на 11, а его вторая цифра 4 в 14 раз меньше произведения первой и третьей его цифр.

б) Пусть трёхзначное число имеет вид  $a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — цифры.

Получаем:

$$a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = (a - b + c) + 11 \cdot (9a + b).$$

Значит, это число делится на 11 тогда и только тогда, когда  $a - b + c$  делится на 11, то есть когда  $a - b + c = 0$  или  $a - b + c = 11$ . Если  $a + b + c = 7$ , то  $a - b + c = a + b + c - 2b = 7 - 2b$  — нечётное число, и, следовательно,  $a - b + c = 7 - 2b = 11$ . Пришли к противоречию, так как  $b \geq 0$ .

в) Пусть восьмизначное число  $n$  имеет вид

$$a \cdot 10^7 + b \cdot 10^6 + c \cdot 10^5 + d \cdot 10^4 + e \cdot 10^3 + f \cdot 10^2 + g \cdot 10 + h,$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$ ,  $g$  и  $h$  — цифры. Получаем:

$$n = 11k - (a - b + c - d + e - f + g - h),$$

где  $k$  — целое число (так как числа  $10^7 + 1$ ,  $10^6 - 1$ ,  $10^5 + 1$ ,  $10^4 - 1$ ,  $10^3 + 1$ ,  $10^2 - 1$  и 11 делятся на 11). Значит,  $n$  делится на 11 тогда и только тогда, когда число

$$m = a - b + c - d + e - f + g - h$$

делится на 11, то есть когда  $m = 0$ ,  $m = \pm 11$ ,  $m = \pm 22$  или  $m = \pm 33$ .

По условию

$$a+b+c+d+e+f+g+h=1+2+3+4+5+6+7+9=37.$$

Значит, число

$$m=a+b+c+d+e+f+g+h-2(b+d+f+h)=37-2(b+d+f+h)$$

нечётное.

Поскольку

$$10=1+2+3+4 \leq b+d+f+h \leq 5+6+7+9=27,$$

имеем  $-17 \leq m \leq 17$ . Отсюда получаем, что  $m = -11$  или  $m = 11$ . Во втором случае

$$b+d+f+h=13 \text{ и } a+c+e+g=24.$$

Этим условиям, а следовательно и условиям задачи, удовлетворяет число 97 635 241. (Покажем, как его можно было придумать. Разрешённые нам 8 цифр нужно разбить на две группы с суммами 13 и 24. Если в одну группу взять цифры 9, 7, 6, 5, то сумма будет 27, а нам нужно 24. Кроме того, если число наибольшее возможное, то хочется, чтобы  $b$  было равно 7. Можно это сделать, заменив в большей сумме 7 на 4.)

Пусть число  $n$  — наибольшее число, удовлетворяющее условию задачи.

Поскольку  $n \geq 97\,635\,241$ , то

$$a = 9, b = 7, c = 6, 3 \leq d \leq 5, b + d + f + h \leq 19, m = 37 - 2(b + d + f + h) \geq -1.$$

Поэтому

$$m = 11, b + d + f + h = 13, a + c + e + g = 24 \text{ и } e + g = 9.$$

Значит, цифры  $e$  и  $g$  — цифры 4 и 5, возможно, в другом порядке, а цифры  $d, f$  и  $h$  — цифры 1, 2 и 3, возможно, в другом порядке. Среди чисел указанного вида число 97 635 241 является наибольшим, поэтому оно и является искомым.

Ответ: а) да, например, 847; б) нет; в) 97 635 241.

Содержание критерия	Баллы
Получены верные обоснованные ответы в пунктах $a$ , $b$ и $в$	4
Получены верные обоснованные ответы в пунктах $a$ и $b$ , либо получены верные обоснованные ответы в пунктах $a$ и $в$ , либо получены верные и обоснованные ответы в пунктах $b$ и $в$	3
Получен верный обоснованный ответ в пункте $b$ , пункты $a$ и $в$ не решены, либо получен верный обоснованный ответ в пункте $в$ , пункты $a$ и $b$ не решены	2
Приведён пример в пункте $a$ , пункты $b$ и $в$ не решены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Часть 2

13 а) Решите уравнение  $\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{18}{(x-2)^2} = 7\left(\frac{x-2}{2} - \frac{3}{x-2}\right) + 10$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[-2; 2]$ .

Решение.

а) Сделаем замену  $t = \frac{x-2}{2} - \frac{3}{x-2}$ . Тогда  $t^2 = \frac{(x-2)^2}{4} + \frac{9}{(x-2)^2} - 3$ .

Получаем уравнение

$$2(t^2 + 3) = 7t + 10; 2t^2 - 7t - 4 = 0,$$

откуда  $t = -\frac{1}{2}$  или  $t = 4$ .

Если  $t = -\frac{1}{2}$ , то получаем

$$\frac{x-2}{2} - \frac{3}{x-2} = -\frac{1}{2}; (x-2)^2 - 6 = -(x-2); x^2 - 3x - 4 = 0,$$

откуда  $x = -1$  или  $x = 4$ .

Если  $t = 4$ , то  $\frac{x-2}{2} - \frac{3}{x-2} = 4$ .

Аналогично получаем:

$$(x-2)^2 - 6 = 8(x-2); x^2 - 12x + 14 = 0,$$

откуда  $x = 6 - \sqrt{22}$  или  $x = 6 + \sqrt{22}$ .

б)  $0 < 6 - \sqrt{22} < 6 - 4 = 2$ , а  $6 + \sqrt{22} > 6 + 4 = 10 > 2$ . Среди корней уравнения отрезку  $[-2; 2]$  принадлежат только числа  $-1$  и  $6 - \sqrt{22}$ .

Ответ: а)  $-1; 4; 6 \pm \sqrt{22}$ ; б)  $-1; 6 - \sqrt{22}$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 14 В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона  $AB$  основания равна 5, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $\sqrt{5}$ . На рёбрах  $BC$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $CK = 2$ , а  $C_1 L = 1$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $BD$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

а) Докажите, что прямая  $A_1 C$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка  $A_1$ , а основание — сечение данной призмы плоскостью  $\gamma$ .

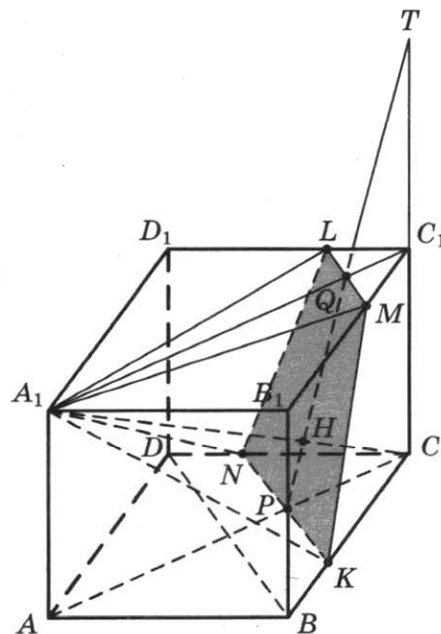
**Решение.**

а) Проведём прямые через точки  $L$  и  $K$  параллельно прямой  $BD$ . Получим точку  $M$  на ребре  $B_1 C_1$  и точку  $N$  на ребре  $CD$ . Равнобедренная трапеция  $KNLM$  — сечение призмы плоскостью  $\gamma$ . Пусть  $AC$  пересекает  $NK$  в точке  $P$ ,  $A_1 C_1$  пересекает  $LM$  в точке  $Q$ .

$PC = \sqrt{2}$ ,  $QC_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Продолжение  $PQ$  за точку  $Q$  пересекает продолжение  $CC_1$  за точку  $C_1$  в точке  $T$ . Треугольник  $AA_1 C$  подобен треугольнику  $CPT$ , так как

$$\frac{A_1 A}{PC} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{AC}{TC}, \text{ следовательно } \angle AA_1 C = \angle CPT.$$

Прямые  $A_1 C$  и  $PT$  перпендикулярны, прямая  $A_1 C$  перпендикулярна прямой  $BD$ , следовательно, прямая  $A_1 C$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .



б) Пусть точка  $H$  — точка пересечения  $A_1 C$  и  $PQ$ .

Отрезок  $A_1 H$  — высота указанной пирамиды.

$$PQ = \frac{1}{2} PT = \frac{1}{2} \sqrt{CT^2 + PC^2} = \frac{\sqrt{22}}{2}.$$

$$A_1 C = \sqrt{AA_1^2 + AC^2} = \sqrt{55}.$$

Треугольник  $AA_1 C$  подобен треугольнику  $HPC$ .

Тогда  $\frac{HC}{AC} = \frac{PC}{A_1 C}$ , откуда  $HC = \frac{2\sqrt{55}}{11}$ .

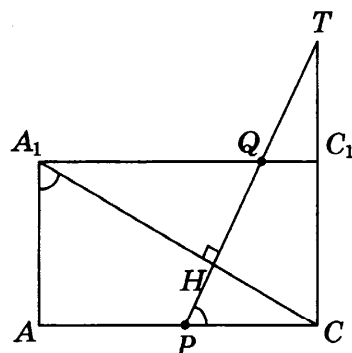
Следовательно,

$$A_1 H = A_1 C - HC = \frac{9\sqrt{55}}{11}.$$

Объём пирамиды  $A_1 KNL M$  равен

$$\frac{1}{3} A_1 H \cdot PQ \cdot \frac{LM + NK}{2} = \frac{9\sqrt{5}}{2}.$$

Ответ: б)  $\frac{9\sqrt{5}}{2}$ .



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	2
Верно доказано утверждение пункта <i>a</i> ИЛИ Верно решён пункт <i>b</i> при отсутствии обоснований в пункте <i>a</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

**15** Решите неравенство  $\log_{\sqrt[4]{25}} \left( \log_{\frac{1}{2}} (x+2) \right) \geq 2$ .

**Решение.**

Преобразуем неравенство:

$$\log_{\sqrt{5}} \left( \log_{\frac{1}{2}} (x+2) \right) \geq 2; \log_{\frac{1}{2}} (x+2) \geq 5; 0 < x+2 \leq \frac{1}{32}; -2 < x \leq -\frac{63}{32}.$$

Ответ:  $-2 < x \leq -\frac{63}{32}$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Получен ответ, отличающийся от верного исключением числа $-\frac{63}{32}$ ИЛИ Решение содержит вычислительную ошибку, возможно, приведшую к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

**16** В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$ . Диагональ  $AC$  разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $AB$ .

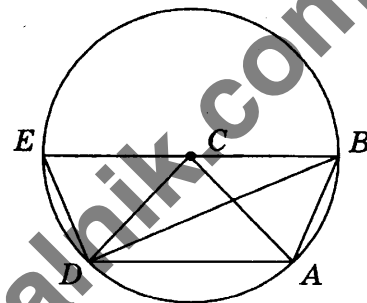
а) Докажите, что луч  $DB$  — биссектриса угла  $ADC$ .

б) Найдите  $AB$ , если известны длины диагоналей трапеции:  $BD = 8$  и  $AC = 5$ .

**Решение.**

а)  $\angle CDB = \angle CBD = \angle ADB$ , следовательно,  $DB$  — биссектриса угла  $ADC$ .

б) Поскольку  $DC = CB = CA = 5$ , точки  $A$ ,  $B$  и  $D$  лежат на окружности радиуса 5 с центром в точке  $C$ . Продолжим основание  $BC$  за точку  $C$  до пересечения с этой окружностью в точке  $E$ . Тогда  $EB$  — диаметр окружности, а  $BADE$  — равнобедренная трапеция. Поэтому  $DE = AB$ , а так как точка  $D$  лежит на окружности с диаметром  $EB$ , то  $\angle BDE = 90^\circ$ . Из прямоугольного треугольника  $BDE$  находим, что  $DE = \sqrt{BE^2 - BD^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ . Следовательно,  $AB = DE = 6$ .



Ответ: 6.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> ИЛИ При обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

- 17** 31 декабря 2016 года Василий взял в банке 5 460 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Василий переводит в банк  $x$  рублей. Каким должно быть число  $x$ , чтобы Василий выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

**Решение.**

Пусть сумма кредита составляет  $S = 5\,460\,000$  рублей, а ежегодные выплаты  $x$  рублей. По условию долг перед банком (в рублях) после перевода ежегодной выплаты должен уменьшаться следующим образом:

$$S, 1,2S - x, 1,2^2S - (1,2x + x), 1,2^3S - (1,2^2x + 1,2x + x) = 0,$$

откуда  $x = \frac{1,2^3 \cdot 0,2 \cdot S}{1,2^3 - 1} = 2\,592\,000$  рублей.

**Ответ:** 2 592 000 рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно построена математическая модель и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x + y + 2z = 4x^2 + y^2 \\ 2x + y + 3z = a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**Решение.**

Из второго уравнения следует, что  $z = \frac{a - 2x - y}{3}$ . Подставив это в первое уравнение, получим одно уравнение на  $x$  и  $y$ , которое будет иметь столько же решений, сколько исходная система:

$$x + y - \frac{4x}{3} - \frac{2y}{3} + \frac{2a}{3} = 4x^2 + y^2; \quad 12x^2 + x + 3y^2 - y = 2a.$$

Это уравнение задаёт некоторую кривую на плоскости  $Oxy$ ; требуется, чтобы эта кривая вырождалась в одну точку. Чтобы выяснить, когда это происходит, выделим полные квадраты:

$$12\left(x^2 - 2 \cdot \frac{1}{24} \cdot x + \frac{1}{24^2}\right) - 12 \cdot \frac{1}{24^2} + 3\left(y^2 - 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot y + \frac{1}{36}\right) - 3 \cdot \frac{1}{36} = 2a;$$

$$12\left(x + \frac{1}{24}\right)^2 + 3\left(y - \frac{1}{6}\right)^2 = 2a + \frac{5}{48}.$$

Если правая часть отрицательна, решений нет. Если правая часть положительна, решений бесконечно много (уравнение задаёт сжатую и сдвинутую окружность). Если правая часть равна 0, уравнение задаёт одну точку. Это происходит при  $a = -\frac{5}{96}$ .

**Ответ:**  $a = -\frac{5}{96}$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено верное значение $a$ , но ответ содержит лишнее значение	3
С помощью верного рассуждения получены все решения уравнения	2
Задача верно сведена к исследованию возможного значения решений уравнения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<b>Максимальный балл</b>	<b>4</b>

**19** На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 3.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 8, если сначала по одному разу были написаны числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 и 11?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, разность между которыми равна 54, если сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 200 до 299 включительно?

в) Известно, что на доске осталось ровно два числа, а сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 200 до 299 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?

**Решение.**

а) Пусть стирали пары чисел 3 и 9, 7 и 11, 4 и 5, 8 и 10.

Тогда на доске остались числа 2 и 6, сумма которых равна 8.

б) Среди чисел от 200 до 299 ровно 33 числа делятся на 3, ровно 33 числа дают при делении на 3 остаток 1 и ровно 34 числа дают при делении на 3 остаток 2. По условию каждый раз с доски стирали два числа, сумма которых делится на 3. Значит, в каждой из пар стёртых чисел либо оба числа делятся на 3, либо при делении на 3 одно из них даёт в остатке 1, а другое — в остатке 2. Поэтому на доске обязательно останется число, которое делится на 3, и число, которое при делении на 3 даёт остаток 2. Разность между ними не делится на 3 и, следовательно, не может равняться 54.

в) Как было доказано в предыдущем пункте, если на доске осталось ровно два числа, то одно из них делится на 3, а второе при делении на 3 даёт остаток 2. Первое из этих чисел не меньше 201 и не больше 297, второе — не меньше 200 и не больше 299. Поэтому, если первое из этих чисел поделить на второе, то получится не больше  $\frac{297}{200}$ , а если

второе из этих чисел поделить на первое, то получится не больше  $\frac{299}{201}$ .

Поскольку  $297 \cdot 201 < 299 \cdot 200$ , получаем, что  $\frac{297}{200} < \frac{299}{201}$ , и наибольшее значение, которое может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них, не превосходит  $\frac{299}{201}$ .

На доске действительно могли остаться числа 201 и 299, так как остальные числа от 200 до 299 можно разбить на такие пары: 16 пар чисел, делящихся на 3, и 33 пары чисел, в каждой из которых при делении на 3 одно из чисел даёт в остатке 1, а другое — в остатке 2. Значит, наибольшее значение, которое может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них, равно  $\frac{299}{201}$ .

Ответ: а) может; б) не может; в)  $\frac{299}{201}$ .

Содержание критерия	Баллы
Получены верные обоснованные ответы в пунктах <i>а</i> , <i>б</i> и <i>в</i>	4
Получены верные обоснованные ответы в пунктах <i>а</i> и <i>б</i> , либо получены верные обоснованные ответы в пунктах <i>а</i> и <i>в</i> , либо получены верные обоснованные ответы в пунктах <i>б</i> и <i>в</i>	3
Получен верный обоснованный ответ в пункте <i>б</i> , пункты <i>а</i> и <i>в</i> не решены, либо получен верный обоснованный ответ в пункте <i>в</i> , пункты <i>а</i> и <i>б</i> не решены	2
Приведён пример в пункте <i>а</i> , пункты <i>б</i> и <i>в</i> не решены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4



# ОТВЕТЫ

## Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	1,2	16	0,0007	7	50	-4	152	-17	45	27	7

13	а) $\pm 6\pi$ , $-\frac{17\pi}{3} - \pi n$ ; $-\frac{16\pi}{3} - \pi n$ ; $\frac{16\pi}{3} + \pi n$ ; $\frac{17\pi}{3} + \pi n$ , $n \in \mathbb{N}$ ; б) $6\pi$ ; $\frac{19\pi}{3}$
14	б) $\operatorname{arctg} \frac{4\sqrt{17}}{17}$
15	$\left(\log_{\frac{5}{2}} \frac{10}{29}; -1\right]$ ; $[1; +\infty)$
16	б) $12\sqrt{5}$
17	5 млн рублей
18	$0 < a \leq 4$
19	а) да; б) нет; в) 16

## Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	66,1	24	0,009	-4	74	4	264	-80	58	22	12

13	а) $\pm 8\pi$ ; $-\frac{47\pi}{6} + \pi k$ , $-\frac{43\pi}{6} + \pi k$ , $k = 0, \dots, 15$ ; б) $-8\pi$ , $-\frac{47\pi}{6}$ ; $-\frac{43\pi}{6}$ ; $-\frac{41\pi}{6}$
14	б) $\operatorname{arctg} \frac{3\sqrt{37}}{37}$
15	$\left(\log_{\frac{3}{2}} \frac{18}{35}; -1\right]$ ; $[2; +\infty)$
16	б) $6\sqrt{13}$
17	5 млн рублей
18	$0 \leq a \leq 10$
19	а) да; б) нет; в) 26

## Вариант 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4,5	12	0,008	1	8	3	376	0	31	28	1

13	а) $\pm 8\pi$ , $-\frac{47\pi}{6} - \pi n$ ; $-\frac{43\pi}{6} - \pi n$ ; $\frac{43\pi}{6} + \pi n$ ; $\frac{47\pi}{6} + \pi n$ , $n \in \mathbb{N}$ ; б) $8\pi$ ; $\frac{49\pi}{6}$ ; $\frac{53\pi}{6}$ ; $\frac{55\pi}{6}$
14	б) $45^\circ$
15	$(-\infty; -1]$ ; $\left[2; \log_{\frac{2}{3}} \frac{12}{35}\right)$
16	б) $4\sqrt{5}$
17	4 млн рублей
18	$0 \leq a \leq 5$
19	а) да; б) нет; в) 11

### Вариант 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7	200	1	0,1	35	6	2	45	3	30	8	0,5

13	а) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; б) $-\frac{11\pi}{4}, -\frac{9\pi}{4}$
14	б) $\frac{3\sqrt{11}}{20}$
15	$x < \frac{\lg 2}{\lg 5 - \lg \sqrt{6}}$ Замечание. Ответ может также быть представлен в другом виде, например, $x < \frac{1}{\log_2 5 - \log_2 \sqrt{6}}$ или $x < \frac{\lg 4}{\lg 25 - \lg 6}$ .
16	192
17	2 000 000 рублей
18	$1 - \sqrt{10} < a < 0; 0 < a < 1 + \sqrt{10}$
19	а) да, например, 847; б) нет; в) 97 635 241

### Вариант 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
28	1	2,5	0,2	75	3	1	15	4	20	9	1,5

13	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; б) $-\frac{7\pi}{3}; -\frac{5\pi}{3}$
14	б) $\frac{3\sqrt{23}}{11}$
15	$x < -\frac{\lg 3}{\lg 5 - \lg \sqrt{3}}$ . Замечание. Ответ может также быть представлен в другом виде.
16	84
17	1 800 000 рублей
18	$-2 - 2\sqrt{5} < a < 0; 0 < a < 2\sqrt{5} - 2$
19	а) да, например, 242; б) нет; в) 12 738 495

### Вариант 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	0,58	-0,4	122	0,25	4	2	2	140	-17

13	а) $2 \pm \sqrt{5}$ ; б) $2 - \sqrt{5}$
14	0,5
15	$(-\infty; 1], (2; 3)$
16	98
17	44 000 рублей
18	$\frac{1}{2} < k < \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ или $k > \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$
19	а) 7; б) 5002; в) 5054

### Вариант 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
63	28	17	0,505	7	1	5	49	-0,75	17,67	21	-2

13	а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$ , $(-1)^{m+1} \arcsin \frac{2}{3} + \pi m$ , $n, m \in \mathbb{Z}$ ; б) $\frac{3\pi}{2}$ , $2\pi - \arcsin \frac{2}{3}$ , $\pi + \arcsin \frac{2}{3}$
14	б) 3 : 4
15	$(-\infty; 2]; [3; +\infty)$
16	19
17	2 034 000 рублей
18	$x = 0$ при $a = 0$ или $a = 1$
19	а) например, 54 и 63; б) нет; в) 117 или 119

### Вариант 8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7	3	5	0,17	11	21	7	6	5	12	53	44

13	а) $2 \pm \sqrt{6}$ ; б) $2 - \sqrt{6}$
14	а) 1 : 6; б) $\arctg \frac{4\sqrt{2}}{3}$
15	$(2; 3]$
16	$4\sqrt{2}$
17	6 330 000 рублей
18	$(-9; -2]; [3; +\infty)$
19	а) например, 15 раз число 19 и число 78; б) нет; в) 1650

### Вариант 9

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8	20750	12	0,5	2	36	10	160	2	25	6	16

13	а) $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n$ , $n \in \mathbb{Z}$ ; б) $-\frac{17\pi}{6}$ , $-\frac{13\pi}{6}$
14	192
15	$[-2; 2]$
16	4 : 21
17	3
18	$a = 2$
19	а) да; б) нет; в) $38\frac{1}{7}$

### Вариант 10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
15	600	30	0,25	-2	42	0,75	6	-2	6	84	17

13	а) 0; 4; б) 0
14	2
15	$(-4; -3), (-1; 3)$
16	1:10
17	240 кг
18	$\left[-1 - \frac{\sqrt{30}}{4}; -\frac{3}{8}\right]; \left[-\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}\right]$
19	а) да, например, числа 4, 5 и 8; б) нет; в) $\frac{28}{19}$

### Вариант 11

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
32	5	135	0,5	25	124	6	6	-5	0,64	65	20

13	а) 0; $-\log_2 19$ ; б) $-\log_2 19$
14	б) $\frac{1}{4}$
15	$[2; 4)$
16	7
17	69 000 000 рублей
18	$\left[\frac{9-3\sqrt{5}}{2}; \frac{9+3\sqrt{5}}{2}\right]$
19	а) 17; б) 36; в) 18

### Вариант 12

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8	3	2	0,25	-7	61	3	4	-2	44	300	4

13	а) $\pi n$ ; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ , $n \in \mathbb{Z}$ ; б) $2\pi$ ; $\frac{17\pi}{6}$ ; $3\pi$
14	б) 5
15	$[2; +\infty)$
16	2
17	103
18	$a \leq -0,75$ ; $a \geq 0,75$
19	а) нет, б) нет, в) да

### Вариант 13

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
6	17	15	0,17	2,8	0,8	6	12	-2	2,25	9	-8,25

13	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; б) $\frac{13\pi}{6}$
14	б) $\operatorname{arctg} \frac{21}{17}$
15	$[0; \log_2 3]$
16	49
17	1 866 000 рублей
18	$[7 - \sqrt{39}; 7 + \sqrt{39}]$ ; $[-5 - \sqrt{15}; -5 + \sqrt{15}]$
19	а) нет; б) нет; в) 16

### Вариант 14

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8	1,2	21	0,96	-8	18	0,25	117	-6	14	56	51

13	а) $\pi k; \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; б) $2\pi; \frac{17\pi}{6}; 3\pi; \frac{19\pi}{6}$
14	б) $64\sqrt{7}$
15	$(-\infty; -\sqrt{2}); (-\sqrt{2}; -1]; 0; [1; \sqrt{2}); (\sqrt{2}; +\infty)$
16	$\frac{43}{2}$
17	2 622 050
18	$4 \leq a \leq 7$
19	а) 2, 3; б) нет; в) 8

### Вариант 15

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
60	5	4	0,25	-7	59	4	18	-4	4000	24	5

13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б) $\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}$
14	б) 36
15	$[-1; 0)$
16	$\frac{63}{2}$
17	5
18	$1,5 \leq a \leq 3; a \geq 6$
19	а) 1, 2, 3; б) нет; в) 8

### Вариант 16

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
53	-6	17	0,5	-3	6	6	378	229	14	15	-12

13	а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{21\pi}{4}; -\frac{9\pi}{2}$
14	б) $\arccos \frac{1}{3}$
15	$x < -\frac{1}{4}, 0 < x < 2$
16	$2\sqrt{42}$
17	115
18	$a = \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$
19	а) например, последовательность 1, 126, 151, 156, 157; б) нет; в) 4

### Вариант 17

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
89	140 000	12	0,116	-6	4	8	315	157	16	20	-14

13	а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{7\pi}{2}; \frac{25\pi}{6}$
14	б) $\arccos \frac{1}{\sqrt{33}}$
15	$x < -1, -\frac{2}{5} < x < 0$
16	$8\sqrt{14}$
17	116
18	$a = \pm \frac{\sqrt{26}}{4}$
19	а) например, последовательность 1, 49, 73, 85, 91, 94; б) нет; в) 2

### Вариант 18

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
94	650 000	14	0,25	-3	12	4	104	229	7	5	-11

13	а) $2\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{19\pi}{3}; -6\pi$
14	б) $\arccos \frac{3}{\sqrt{59}}$
15	$-5 < x < -1, x > \frac{3}{2}$
16	$16\sqrt{7}$
17	118
18	$a = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$
19	а) например, последовательность 1, 257, 321, 337, 341; б) нет; в) 3

### Вариант 19

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
79	10	21	0,25	-13	8	2	361	634	33	10	-25

13	а) $2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ б) $2\pi; \frac{8\pi}{3}$
14	б) $\arccos \sqrt{\frac{2}{11}}$
15	$\frac{1}{3} < x < 1, x > 3$
16	$28\sqrt{3}$
17	113,5
18	$a = \pm \frac{\sqrt{33}}{2}$
19	а) например, последовательность 1, 433, 505, 517, 519; б) нет; в) 5

### Вариант 20

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
145	2	33	0,167	-15	6	5	456	562	27	30	-17

13	а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{25\pi}{6}; -5\pi$
14	б) $\arccos \sqrt{\frac{3}{19}}$
15	$x < -3, 1 < x < \frac{3}{2}$
16	$14\sqrt{6}$
17	115
18	$a = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
19	а) например, последовательность 1, 344, 393, 400, 401; б) нет; в) 6

### Вариант 21

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
270	9	4	0,25	-12	31	2	16	6	8	40	11

13	а) -1; 4; $6 \pm \sqrt{22};$ б) -1; $6 - \sqrt{22}$
14	б) $\frac{9\sqrt{5}}{2}$
15	$-2 < x \leq -\frac{63}{32}$
16	6
17	2 592 000 рублей
18	$a = -\frac{5}{96}$
19	а) может; б) не может; в) $\frac{299}{201}$

## Вариант 22

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
425	6	4,5	0,2	-7	57	1,5	49	96	12	24	26

13	а) $-5$ ; 2; $\frac{-1 \pm \sqrt{65}}{2}$ ; б) $-5$ ; $-\frac{1 + \sqrt{65}}{2}$
14	б) $\frac{28\sqrt{2}}{3}$
15	$-3 < x \leq -\frac{74}{25}$
16	9
17	1 597 200 рублей
18	$a = -\frac{33}{4}$
19	а) может; б) не может; в) 1,5

## Вариант 23

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
209	5	3	0,75	3	80	1	121	17	9	44	17

13	а) $-1$ ; 5; $7 \pm 2\sqrt{11}$ ; б) $-1$ ; $7 - 2\sqrt{11}$
14	б) $\frac{55\sqrt{2}}{2}$
15	$-1 < x \leq -\frac{48}{49}$
16	8
17	1 555 200 рублей
18	$a = 3,5$
19	а) может; б) не может; в) $\frac{191}{141}$

## Вариант 24

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
525	3	3,5	0,8	-13	17	-1	225	87	11	47	15

13	а) $-3$ ; 4; $4 \pm \sqrt{14}$ ; б) 4; $4 + \sqrt{14}$
14	б) $\frac{25\sqrt{6}}{3}$
15	$-1 < x \leq -\frac{63}{64}$
16	7
17	1 064 800 рублей
18	$a = -\frac{107}{16}$
19	а) может; б) не может; в) $\frac{205}{103}$



### Вариант 25

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
900	8	5	0,125	-1	77	-2	289	-13	15	26	19

13	а) $-7$ ; 1; $-5 \pm 2\sqrt{7}$ ; б) $-5 + 2\sqrt{7}$ ; 1
14	б) $\frac{208}{3}$
15	$-2 < x \leq -\frac{31}{16}$
16	12
17	1 036 800 рублей
18	$a = -\frac{25}{36}$
19	а) может; б) не может; в) $\frac{155}{53}$

### Вариант 26

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
37 500	7	3,5	2,1	3	30	5	4	1,25	2,5	72	8

13	а) 1; $\log_4 7$ ; $\log_4 10$ ; б) 1
14	б) $\sqrt{2}$
15	(3; 4); (4; 5]; (10; $+\infty$ )
16	5
17	26
18	$\left(-2; -\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; 2\right)$
19	а) да; б) нет; в) 5

### Вариант 27

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
28 500	15	1,5	3,5	31	27	6	20	-2	4	90	4

13	а) $\log_3 5$ , 2, $\log_3 13$ ; б) $\log_3 5$ , 2
14	б) $\sqrt{6}$
15	(1; 2), (2; 3], (6; $+\infty$ )
16	3
17	21
18	$-\frac{\sqrt{85}\pi}{3} < a < -\sqrt{5}\pi$ или $\sqrt{5}\pi < a < \frac{\sqrt{85}\pi}{3}$
19	а) да; б) нет; в) 8

### Вариант 28

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
50	-13,5	5	0,94	-22	7	17,5	82	10	4	20	7

13	а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$ , где $n \in \mathbb{Z}$ ; б) $\frac{13\pi}{4}; \frac{15\pi}{4}; \frac{17\pi}{4}$
14	б) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
15	$(-\infty; -4]; [-3; 0); (0; 2)$
16	$\frac{3\sqrt{13}}{5}$
17	3
18	$\sqrt[3]{2,25} < a < 4$
19	а) нет; б) нет; в) да, например, 1, 5, 25, 2, 27

### Вариант 29

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
58	4	4	0,97	-11	7	14	160	18	14,4	7	8

13	а) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$ , $n \in \mathbb{Z}$ ; б) $-\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}$
14	б) 4
15	$(-2; 0); \left(0; \frac{2}{3}\right]; [1; +\infty)$
16	$6\sqrt{13}$
17	2,5
18	$\frac{4}{9} < a < 1$
19	а) нет; б) нет; в) да, например, 1, 3, 9, 16, 5

### Вариант 30

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
44	0,5	3	0,87	-52	14	21	42	-4	7,2	28	1

13	а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$ , где $n \in \mathbb{Z}$ ; б) $-\frac{5\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}$
14	б) 4,5
15	$[-1,5; 0); (0; 2]; (5; +\infty)$
16	$3\sqrt{13}$
17	1,5
18	$0 < a < \sqrt[3]{2,25}; a > 4$
19	а) нет; б) нет; в) да, например, 2, 3, 4, 10 и 25

### Вариант 31

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
33	-5,5	2	0,91	-10	3	15	26	4	13,6	21	-5

13	а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$ , где $n \in \mathbb{Z}$ ; б) $\frac{9\pi}{4}$ ; $\frac{11\pi}{4}$ ; $\frac{13\pi}{4}$
14	б) 1
15	$(-\infty; -4)$ ; $\left[-\frac{11}{3}; -1\right]$
16	$\frac{12\sqrt{13}}{5}$
17	2
18	$0 < a < \frac{4}{9}$ ; $a > 1$
19	а) да, например, 12, 6, 3, 4, 2, 1, 2; б) нет; в) 11

### Вариант 32

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
41	11	1	0,95	-23	15	15	28	-6	12,8	8	10

13	а) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$ , $n \in \mathbb{Z}$ ; б) $\frac{43\pi}{6}$ ; $\frac{47\pi}{6}$ ; $\frac{49\pi}{6}$
14	б) $\arcsin \frac{1}{3}$
15	$(-\infty; -2)$ ; $[-0,5; 0)$ ; $(0; 2]$
16	$\frac{6\sqrt{13}}{5}$
17	1
18	$\sqrt[3]{2,25} \leq a \leq 4$ , $a = 0$
19	а) да, например, 8, 4, 2, 3, 4, 5; б) нет; в) 11

### Вариант 33

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2420	4500	20	0,032	8	3	0,25	84	20	400	120	9

13	а) $2\pi n$ , $\pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi m$ , $n, m \in \mathbb{Z}$ ; б) $-2\pi - \arccos \frac{1}{6}$ ; $-2\pi$ ; $-2\pi + \arccos \frac{1}{6}$
14	б) $\frac{10}{7}$
15	$(-\infty; -2]$ ; $0$ ; $[1; 5)$
16	289
17	119
18	$-\frac{9}{4} < a \leq -2$
19	а) например, последовательность 1, 28, 46, 58; б) нет; в) 2

### Вариант 34

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
318,6	18 350	2,5	0,4	6	60	2	343	6	9,8	40	0,5

13	а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; б) $\frac{35\pi}{6}$
14	б) 1 : 2
15	$[\log_2 7; 6]$
16	$\frac{11 - 2\sqrt{10}}{3}$
17	300 000 рублей
18	$x = 0$ при $a = 4$
19	а) да, например, числа 7, 10 и 13; б) нет; в) $\frac{35}{24}$

### Вариант 35

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
27	0,8	10,5	0,25	-20	71	6	4	12	1000	40	-18

13	а) -4; 0; б) 0
14	б) $\frac{21}{16}$
15	$(-6; -4], [4; +\infty)$
16	13
17	90 кг
18	$0 \leq k < \frac{4\sqrt{2} - 2}{21}$ или $\frac{4\sqrt{2} - 2}{21} < k \leq \frac{1}{3}$
19	а) да, например, числа 10, 11 и 15; б) нет; в) $\frac{25}{17}$

### Вариант 36

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
11	5	39	0,26	-6	155	1	6	-22	8	15	7

13	а) $-\arctg 2 + \pi n, -\arctg 3 + \pi m, n, m \in \mathbb{Z}$ ; б) $-\pi - \arctg 2, -\pi - \arctg 3$
14	б) 1
15	$[-9; -2), (-2, -1), (-1, 0), (0; 7]$
16	1:15
17	6
18	$\left(-\infty; -\frac{9}{16}\right)$
19	а) например, подходит последовательность 2, 4, 5, 5, 4; б) нет; в) при $n = 82$

*Справочное издание*

**Ященко Иван Валериевич, Волчкевич Михаил Анатольевич,  
Высоцкий Иван Ростиславович, Гордин Рафаил Калманович,  
Семёнов Павел Владимирович, Косухин Олег Николаевич,  
Фёдоровых Данил Александрович, Суздальцев Андрей Иванович,  
Рязановский Андрей Рафаилович, Смирнов Владимир Алексеевич,  
Трепалин Андрей Сергеевич, Хачатурян Александр Вячеславович,  
Шестаков Сергей Алексеевич, Шноль Дмитрий Эммануилович**

**МАТЕМАТИКА**  
**ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ**  
**ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН**  
***ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ***  
***ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ***

nik. om